كلية التربية

برنامج الدراسات العليا

تحليل وإثراء محتوى وحدة الدائرة من منهاج الرياضيات للصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)

Content Analysis and Enrichment of the Circle Unit in the 9th Grade Adopted Mathematics Textbook in the Light of Standards of National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة:

هديل صبحي موسى عيد

إشراف الدكتورة:

خولة الشخشير

2022م

كلية التربية

برنامج الدراسات العليا

تحليل وإثراء محتوى وحدة الدائرة من منهاج الرياضيات للصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)

Content Analysis and Enrichment of the Circle Unit in the 9th Grade Adopted Mathematics Textbook in the Light of Standards of National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

إعداد:

هديل صبحي موسى عيد

إشراف:

د. خولة الشخشير – رئيساً

د. موسى الخالدي – عضواً

د. هاني كباجة – عضواً

قُدّمت هذه الرسالة استكمالا لمتطلبات الحصول على درجة الماجستير في تعليم الرياضيات من برنامج الدراسات العليا في جامعة بيرزيت – فلسطين

شباط – 2022م

جامعة بيرزيت
BIRZEIT UNIVERSITY

تحليل وإثراء محتوى وحدة الدائرة من منهاج الرياضيات للصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)

Content Analysis and Enrichment of the Circle Unit in the 9th Grade Adopted Mathematics Textbook in the Light of Standards of National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة:

هديل صبحي موسى عيد

إشراف:	التوقيع:
د. خولة الشخشير – رئيساً	
د. موسى الخالدي – عضواً	
د. هـانـي كباجـة – عضواً	

شباط – 2022م

الإهداء

إلـى والـدي حـبـيـبـي وقـدوتـي .. إلـى والـدتـي حـبـيـبـتـي وجـنّـتـي ..

إلـى زوجـي الـعـزيـز شَريكي ورفـيـق دربـي ..

إلـى أبـنـائـي مهجة قلبي وقـرة عـيـنـي ..

إلـى إخـوتـي وأخـواتـي سَندي وعِطر حـيـاتـي ..

إلـى وطـنـي الـحُـرّ الأَبـيّ الـغـالـي ..

إليكم جميعا أهـدي ثمرة جـهـدي الـمـتـواضـع

هديل عيد

الشكر والتقدير

أشكر الله العلي القدير؛ صاحب الفضل الكبير الذي منّ عليّ ووفقني لإتمام هذا العمل، وأقول ما قال الله تعالى في سورة الأعراف: "الحمد لله الذي هدانا لهذا وما كنا لنهتدي لولا أن هدانا الله"، كما أقول ما قال في سورة الأنعام: "قل إنّ صلاتي ونُسُكي ومَحياي ومَماتي لله رب العالمين، بذلك أُمرت وأنا أول المسلمين."

ثم أود أن أشكر مشرفتي الدكتورة خولة الشخشير على إرشاداتها وجهدها ووقتها الذي منحته لي طوال فترة كتابة هذه الدراسة، كما أود أن أشكر عضويّ اللجنة المشرفة الدكتور موسى الخالدي والدكتور هاني كباجة على نقدهم البنّاء الذي ساهم في خروج هذا العمل بهذه الصورة.

وأشكر كل من ساعدني في إخراج أدوات الدراسة في صورتها النهائية وهم الأستاذ وائل كشك، والزميلتين: عرين خوجة؛ ونور كرزون؛ بالإضافة إلى الزميلة أنسام عباد التي ساعدتني أيضا في إتمام عملية التحليل اللازمة لإجراءات البحث، والشكر موصول كذلك للزميلة سوسن علوي لقيامها بتدقيق ملخص الدراسة باللغة الإنجليزية.

وفي الختام أودّ أن أشكر أساتذتي في كلية التربية، الذين قاموا بتعليمي وإثراء معرفتي أثناء دراستي في برنامج الماجستير، وأشكر أيضا زميلات الدراسة وخاصة الزميلتين آلاء عوض الله وإيمان عمر لما قدمن لي من دعم وتعاون أثناء فترة الدراسة في جامعة بيرزيت العزيزة.

فهرس المحتويات

الرقم	الموضوع	الصفحة
	قرار لجنة المناقشة	ب
	الإهداء	ت
	الشكر والتقدير	ث
	فهرس المحتويات	ج
	فهرس الجداول	ذ
	فهرس الأشكال	ش
	فهرس الملاحق	ظ
	الملخص باللغة العربية	ع
	الملخص باللغة الإنجليزية (Abstract)	ف
	الفصل الأول: الإطار العام للدراسة	
1.1	مقدمة الدراسة	1
2.1	مشكلة الدراسة	6
3.1	أسئلة الدراسة	8

الرقم	الموضوع	الصفحة
4.1	أهداف الدراسة	8
5.1	مبررات الدراسة وأهميتها	9
6.1	حدود الدراسة	11
7.1	مصطلحات الدراسة	11
	الفصل الثاني: الإطار النظري والدراسات السابقة	
1.2	الإطار النظري	14
1.1.2	المحور الأول: مبادئ ومعايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)	14
2.1.2	المحور الثاني: حل المشكلات (Problem Solving)	22
3.1.2	المحور الثالث: الإثراء التعليمي (Educational Enrichment)	28
2.2	الدراسات السابقة	33
1.2.2	المحور الأول: دراسات تحليل المناهج الدراسية في ضوء معايير (NCTM).	33
2.2.2	المحور الثاني: دراسات تتعلق بحل المشكلات	38
3.2.2	المحور الثالث: دراسات تتعلق بإثراء المناهج الدراسية	42
4.2.2	تعقيب على الدراسات السابقة	47

الرقم	الموضوع	الصفحة
5.2.2	موقع الدراسة الحالية من الدراسات السابقة	49
	الفصل الثالث: المنهجية وإجراءات الدراسة	
1.3	منهجية الدراسة	52
2.3	سياق الدراسة	52
3.3	أدوات الدراسة	54
4.3	صدق أدوات الدراسة (Validity)	64
5.3	ثبات أدوات الدراسة (Reliability)	65
6.3	إجراءات الدراسة	69
7.3	تحليل البيانات	70
	الفصل الرابع: نتائج الدراسة	
1.4	الإجابة عن سؤال الدراسة الأول	72
2.4	ملخص الإجابة عن سؤال الدراسة الأول	88
3.4	الإجابة عن سؤال الدراسة الثاني	91
4.4	ملخص الإجابة عن سؤال الدراسة الثاني	101

الرقم	الموضوع	الصفحة
5.4	الإجابة عن سؤال الدراسة الثالث	104
6.4	ملخص الإجابة على سؤال الدراسة الثالث	141
7.4	الإجابة عن سؤال الدراسة الرابع	143
8.4	ملخص الإجابة على سؤال الدراسة الرابع	155
	الفصل الخامس: مناقشة النتائج والتوصيات	
1.5	مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الأول	158
2.5	مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني	166
3.5	مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث	173
4.5	مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الرابع	177
5.5	التوصيات	181
6.5	مقترحات لدراسات مستقبلية	182
	قائمة المراجع	183
	الملاحق	199

فهرس الجداول

الرقم	الموضوع	الصفحة
(1.3)	دروس وحدة الدائرة كما هي في المنهاج الفلسطيني	53
(2.3)	عدد المؤشرات المتضمنة وعدد المؤشرات غير المتضمنة في كل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة المتعلقة بمحتوى الهندسة	59
(3.3)	عينة من المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	60
(4.3)	عدد المؤشرات المتضمنة وعدد المؤشرات غير المتضمنة في كل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة المتعلقة بعملية حل المشكلات	62
(5.3)	عينة من المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات	63
(6.3)	معامل الثبات ونسبة الثبات عند تحليل وحدة الدائرة بالاستعانة بمحللة أخرى بما يخص محتوى الهندسة لكل معيار رئيس	67
(7.3)	معامل الثبات ونسبة الثبات عند تحليل وحدة الدائرة بالاستعانة بمحللة أخرى بما يخص عملية حل المشكلات لكل معيار رئيس	68
(1.4)	التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	74

الرقم	الموضوع	الصفحة
(2.4)	التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الثاني من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	81
(3.4)	التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيسي الثالث من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	85
(4.4)	التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	87
(5.4)	عدد المؤشرات المتضمنة وتلك المؤشرات غير المتضمنة من معايير (NCTM) الرئيسة الأربعة لمحتوى الهندسة	89
(6.4)	التكرارات والنسب المئوية للمعايير الرئيسة الأربعة من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	90
(7.4)	التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات	93
(8.4)	التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الثاني من معايير عملية حل المشكلات	95
(9.4)	التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الثالث من معايير عملية حل المشكلات	97
(10.4)	نتائج التحليل بالنسبة للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات	100

الرقم	الموضوع	الصفحة
(11.4)	عدد المؤشرات المتضمنة وتلك المؤشرات غير المتضمنة من معايير (NCTM) الرئيسة الأربعة لعملية حل المشكلات	102
(12.4)	التكرارات والنسب المئوية للمعايير الرئيسة الأربعة من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات	103
(13.4)	المادة الإثرائية للمعيار الرئيسي الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	106
(14.4)	المادة الإثرائية للمعيار الرئيسي الثاني من معايير محتوى الهندسة	128
(15.4)	المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الثالث من معايير محتوى الهندسة	130
(16.4)	المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	137
(17.4)	عدد الأنشطة الإثرائية لكل معيار رئيس من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	142
(18.4)	المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات	145
(19.4)	المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الثاني من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات	147

الرقم	الموضوع	الصفحة
(20.4)	المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الثالث من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات	149
(21.4)	المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات	152
(22.4)	عدد الأنشطة الإثرائية لكل معيار رئيس من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة	156

فهرس الأشكال

الرقم	الموضوع	الصفحة
(1.2)	نموذج شونفيلد لإستراتيجية حل المشكلة	25
(1.3)	أجزاء الدائرة.	60
(2.3)	قفزة الدولفين فوق سطح الماء.	63
(1.4)	أجزاء الدائرة	106
(2.4)	محاور التماثل	107
(3.4)	الدوائر المتطابقة	107
(4.4)	الدائرة والخط المستقيم	108
(5.4)	الدائرة والدوائر الأخرى	109
(6.4)	دائرة تمس أضلاع المثلث (أ ب ج) من الداخل	110
(7.4)	دائرة تمس أضلاع المربع من الداخل	110
(8.4)	زوايا مركزية	111
(9.4)	زاويتين متقابلتين في شكل رباعي دائري	112
(10.4)	قطر الشكل الرباعي الدائري المقابل لزاوية قائمة فيه	113
(11.4)	معين	114

الرقم	الموضوع	الصفحة
(12.4)	مستطيل	114
(13.4)	متوازي أضلاع	114
(14.4)	شبه المنحرف المتساوي الساقين	114
(15.4)	قطر الدائرة	115
(16.4)	خصائص المثلث المتساوي الساقين في الدائرة	116
(17.4)	وتران متساويان في دائرة وبعدهما عن المركز متساوٍ	118
(18.4)	طول الوتر وبعده عن مركز الدائرة	119
(19.4)	وترين في دائرة، بعدهما عن المركز غير متساوٍ	119
(20.4)	وترين في دائرة؛ غير متساويين في الطول	119
(21.4)	وترين في دائرة؛ متساويين في الطول	119
(22.4)	حاصل ضرب وترين في دائرة	120
(23.4)	مماس للدائرة يعامد نصف القطر	121
(24.4)	عدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها من نقطة معينة	122
(25.4)	مماسان للدائرة م من نقطة خارجها	123
(26.4)	مماسي الدائرة المرسومان من نقطة خارجها، والزوايا الناتجة عن ذلك	124
(27.4)	العلاقة بين مماسي الدائرة المرسومان من نقطة خارجها	125

الرقم	الموضوع	الصفحة
(28.4)	الزاوية المماسية والزاوية المحيطية المرسومة على الوتر من الجهة الأخرى	126
(29.4)	المستوى الديكارتي	128
(30.4)	استخدام الإحداثيات لتحديد خصائص الدائرة	129
(31.4)	رسم الدائرة تحت تأثير الانسحاب	130
(32.4)	رسم الدائرة تحت تأثير الانعكاس	131
(33.4)	رسم الدائرة تحت تأثير الدوران	132
(34.4)	رسم الدائرة تحت تأثير التصغير	133
(35.4)	رسم الدائرة تحت تأثير التكبير	134
(36.4)	رسم الدائرة تحت تأثير اثنين أو أكثر من التحويلات الهندسية	135
(37.4)	دائرة لرسم شكل رباعي دائري فيها	137
(38.4)	رسم دائرة داخل مثلث تمس أضلاعه من الداخل	138
(39.4)	رسم دائرة تمر برؤوس المثلث	139
(40.4)	رسم مثلث متساوي الساقين داخل دائرة	139
(41.4)	رسم زاوية مركزية في الدائرة	140
(42.4)	رسم زاوية محيطية على قطر في الدائرة	140

الرقم	الموضوع	الصفحة
(43.4)	مجموعات من عبوات اسطوانية الشكل	145
(44.4)	خريطة ذهنية تتعلق بالدائرة	146
(45.4)	نافذة عل شكل رباعي دائري	150
(46.4)	قطاع دائري	150
(47.4)	قفزة الدولفين فوق سطح الماء	152
(48.4)	حديقة زهور.	153
(49.4)	حوض لإطعام الماشية	154

فهرس الملاحق

الرقم	الموضوع	الصفحة
ملحق رقم (1)	أداة الدراسة الأولى: تحليل وحدة الدائرة في كتاب الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى	200
ملحق رقم (2)	أداة الدراسة الثانية: تحليل محتوى وحدة الدائرة في ضوء معايير (NCTM) لمعيار حل المشكلات	206
ملحق رقم (3)	أداة الدراسة الثالثة: الإثراء المقترح في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى	209
ملحق رقم (4)	أداة الدراسة الرابعة: الإثراء المقترح بالنسبة لحل المشكلات في ضوء معايير (NCTM)	213
ملحق رقم (5)	تحليل الباحثة والزميلة المحللة لوحدة الدائرة في كتاب الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى	215
ملحق رقم (6)	تحليل الباحثة والزميلة المحللة لوحدة الدائرة في كتاب الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات	227

الملخص باللغة العربية

هدفت هذه الدراسة إلى تحليل وإثراء محتوى وحدة الدائرة من المنهاج الفلسطيني للصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM).

وقد سَعت هذه الدراسة إلى الإجابة عن أربعة أسئلة رئيسة هي:

1. ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بمحتوى الهندسة، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟
2. ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بعملية حل المشكلات، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟
3. كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) للمحتوى؟
4. كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لعملية حل المشكلات؟

تم توظيف المنهج الكيفي بتصميم وصفي تحليلي؛ لتحليل محتوى وحدة الدائرة من حيث مدى توافر كل من معايير المحتوى ومعايير عملية حل المشكلات، وتوظيف المنهج البنائي لإعداد المادة الإثرائية وذلك بالاعتماد على نتائج عملية التحليل.

صممت الباحثة أربع أدوات للدراسة، الأداتين الأولى والثانية للتحليل، والأداتين الثالثة والرابعة للإثراء.

تكونت أداة الدراسة الأولى لتحليل وحدة الدائرة من أربعة معايير رئيسة، وتفرع عنها (63) مؤشرا. أما أداة الدراسة الثانية لتحليل عملية حل المشكلات أيضاً تكونت من أربعة معايير رئيسة حسب (NCTM) وتفرع عنها (16) مؤشرا.

وبناء على نتائج التحليل المتعلقة بأداة الدراسة الأولى؛ فإن الوحدة حققت بعض المؤشرات ولم تحقق البعض الآخر، قامت الباحثة ببناء أداة الدراسة الثالثة واستخدامها في إدراج أنشطة إثرائية للمحتوى تتعلق بجميع المؤشرات الفرعية غير المتوافرة في الوحدة وعددها (36) مؤشرا، حيث اقترحت الباحثة (37) نشاطا لإثراء وحدة الدائرة.

وكذلك نتائج التحليل المتعلقة بأداة الدراسة الثانية؛ أن الوحدة حققت بعض المؤشرات ولم تحقق البعض الآخر، قامت الباحثة ببناء أداة الدراسة الرابعة واستخدامها في إدراج أنشطة إثرائية لعملية حل المشكلات تتعلق بجميع المؤشرات الفرعية غير المتوافرة في الوحدة وعددها (10) مؤشرات، واقترحت الباحثة (10) أنشطة حل المشكلات لإثراء وحدة الدائرة.

ومن أبرز التوصيات إعادة النظر من قبل القائمين على وضع المناهج الفلسطينية في المحتوى الهندسي وتطويره بما يحقق معايير (NCTM).

الملخص باللغة الإنجليزية (Abstract)

This study aimed to analyze and enrich the content of the geometry unit from the Palestinian curriculum for the 9th grade in the light of the standards of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

This study aimed to answer four main questions:

1. What is the availability of (NCTM) standards for the geometry content, included in the Circle Unit of the 9th grade curriculum?
2. What is the availability of (NCTM) standards for the problem solving process, which are included in the Circle Unit of the 9th grade curriculum?
3. How can the Circle Unit from the ninth grade curriculum be enriched in light of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) standards for contents?
4. How can the Circle Unit from the ninth grade curriculum be enriched in light of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) standards for problem solving process?

The qualitative approach was employed with an analytical descriptive design to analyze the content of the "Circle Unit" in terms of the availability of both content standards and problem-solving process standards, and the constructivist approach was also employed to prepare the enrichment material, based on the results of analyzing process.

The researcher designed four study tools, the first and second tools for analysis, and the third and fourth tools for enrichment.

The first tool of this study that used to analyze the "Circuit Unit" consisted of four main standards, and (63) indicators were branched from them. The second study tool for analyzing the problem solving process also consisted of four main criteria according to (NCTM) and (16) indicators were branched from them.

Based on the results of the analysis related to the first study tool; which is that the unit achieved some indicators and did not achieve others, the researcher built the third study tool and used it to include content-enrichment activities related to all the (36) sub-indicators that is not available in the unit, where the researcher suggested (37) activities to enrich the "Circle Unit".

As well as the results of the analysis related to the second study tool; that the unit achieved some indicators and did not achieve others, the researcher built the fourth study tool and used it to include enrichment activities for the problem-solving process related to all the (10) sub-indicators that are not available in the unit, and the researcher suggested (10) problem-solving activities to enrich the "Circle Unit".

In light of the results of the current study; the researcher presented a set of suggestions and recommendations; the most prominent of which was a review of the Palestinian curricula in geometry content in order to achieve (NCTM) standards.

الفصل الأول:

الإطار العام للدراسة

تناول هذا الفصل مقدمة الدراسة؛ مشكلة الدراسة؛ أسئلة الدراسة؛ أهداف الدراسة؛ مبررات الدراسة وأهميتها؛ حدود الدراسة؛ ومصطلحات الدراسة.

1.1 مقدمة الدراسة

التعليم حق لكل فرد، وهو الأداة الرئيسة لتحقيق الرفاهية، والاستثمار الحقيقي في مستقبل الأمم، إذ يعمل على تهيئة الأفراد لإحداث التغيير المنشود نحو الأفضل، وإن التطور والازدهار يرتبطان بتطوير التعليم وبالذات بتطوير المناهج التربوية (اللجنة الوطنية لإصلاح التعليم ، 2016).

إن الواقع الجديد المتمثل بتسارع التقدم العلمي والتكنولوجي، وانفتاح الحضارات على بعضها البعض، يفرض على المجتمعات تحديات عديدة مختلفة، ويفرض على الفلسطينيين استحداث نظام تربوي فلسطيني مرن، يواكب تطورات العصر المتلاحقة، ويؤهل الأفراد لغد أفضل. لذلك؛ عملت وزارة التربية والتعليم الفلسطينية وفق خطة إستراتيجية تشمل (21) قطاعا أولها قطاع التعليم الذي وضعت له ثلاث أهداف إستراتيجية؛ وقد كان أحد هذه الأهداف تطوير أساليب

وبيئة تعلم وتعليم متمحورة حول الطالب، ويتضمن هذا الهدف عملية تطوير وإصلاح المناهج ومراجعتها باستمرار على كافة المستويات (وزارة التربية والتعليم العالي، 2017).

وتتضمن المناهج المدرسية عددا من المواد الدراسية المختلفة؛ من أهمها مادة الرياضيات؛ التي تعرف على أنها علم تجريدي من إبداع العقل البشري، تهتم بالأفكار وأنماط التفكير، وتتطلب مهارات عديدة، من أهمها: التحليل الدقيق والتعليل الواضح، وللرياضيات فروع عديدة منها: الحساب؛ الجبر؛ الهندسة؛ الهندسة التحليلية وحساب المثلثات؛ حساب التفاضل والتكامل؛ الإحصاء والاحتمالات؛ والمنطق (أبو أسعد، 2010).

يقوم تعلم الرياضيات بإطلاق الطاقات الكامنة عند الطلبة، ويدربهم على اكتساب أساليب تفكير سليمة تمكنهم من حل ما يواجههم من مشكلات حياتية، بالإضافة إلى أنها تنمي مهارات التفكير لدى الطلبة، بحيث يستفيد الطالب من المعلومات التي يتعلمها والمهارات التي يكتسبها؛ ويوظفها في خدمة المجتمع من حيث التنمية الاجتماعية والاقتصادية (أبو حديد، 2013).

وهناك سببان اثنان يجعلان من الرياضيات مادة تتمتع بسمعة رفيعة بين العلوم، وبتقدير خاص يعلو على العلوم الأخرى، السبب الأول هو: أنها مبنية على افتراضات؛ نفترض أنها صحيحة تماما ولا جدال فيها، في حين أن مقترحات جميع العلوم الأخرى قابلة للنقاش إلى حد ما وتتعرض لخطر دائم بسبب الحقائق الحديثة التي تكتشف باستمرار والتي تستطيع الإطاحة بالحقائق القديمة، والسبب الثاني هو: أن الرياضيات هي التي تمنح العلوم الطبيعية الدقيقة قدرًا معينًا من اليقين، والذي لا يمكنهم الوصول إليه بدون الرياضيات، وبالنسبة لمادة الهندسة والتي

تعتبر فرع من فروع الرياضيات، فهي تعالج الأشياء التي يُرمز إليها بالكلمات مثل: خط مستقيم، نقطة، دائرة، وما إلى ذلك، ولا يُفترض في بداية تعلم الهندسة أي معرفة سابقة حول هذه الأشياء ولكن يتطلب فقط صحة البديهيات، ومن ناحية أخرى، من المؤكد أن الرياضيات عمومًا، والهندسة بشكل خاص، تدين بوجودها للحاجة التي جعلت الإنسان يتعلم شيئا عن سلوك الأشياء الحقيقية، فكلمة هندسة، والتي تعني بالطبع قياس الأرض، تثبت ذلك، لأن قياس الأرض له علاقة بإمكانيات التصرف في بعض الأشياء الطبيعية فيما يتعلق ببعضها البعض، أي بأجزاء من الأرض، وخطوط القياس، وعصا القياس، وما إلى ذلك (Einstein, 1921).

ويعتبر الكتاب المدرسي بشكل عام، وكتب الرياضيات المدرسية بشكل خاص من أهم أدوات التعليم والتعلم، فهو دعامة أساسية من دعائم العملية التعليمية، ومصدر مهم من مصادر المعرفة، ومهما تعددت البدائل عن الكتاب المدرسي، وخاصة في ظل التقدم التكنولوجي، فسيحتفظ بقيمته وأهميته، وبالتأكيد فإن قيمة الكتاب المدرسي تزداد كلما ازداد الجهد المبذول في إعداده وتطويره، وتعد جودة الكتب المدرسية المقررة مطلبا أساسيا تسعى المؤسسات التربوية إلى تحقيقه، لذلك فإن عملية تقويم وتحليل الكتب المدرسية بشكل مستمر هي عملية مهمة، وخاصة أننا نعيش في عصر سريع ومستمر في عملية التغير، وهذا يقتضي إعادة النظر في العملية التعليمية وعناصرها، ومراجعتها باستمرار، وخاصة الكتب المدرسية، لذلك قام العديد من الباحثين بإجراء دراسات تحليلية للكتب الدراسية التي تخص مواد تعليمية مختلفة ولا سيما في مرحلة التعليم الأساسي، ونظرا لأهمية مادة الرياضيات باعتبارها ركنا أساسيا في المواد الدراسية،

وخاصة أن العالم شهد تغييرات واسعة في مناهج الرياضيات في السنوات الأخيرة الماضية، فإن ذلك حتم على القائمين على مناهج الرياضيات الفلسطينية بإعادة النظر في هذه المناهج بشكل مستمر، ولا يتمثل الأمر بإجراء تعديلات طفيفة، بل بإجراء تغييرات عميقة على الكتاب المدرسي بما تقتضيه ظروف الحياة الحالية والمستقبلية (دياب، 2004).

ومن خلال اطّلاع الباحثة على كتب الرياضيات الفلسطينية للصفوف (1-12)؛ وجدت أن كتاب الرياضيات للصف الأول يحتوي على درس واحد فقط عن الدائرة، حيث يتعرف الطالب من خلاله على الدائرة من خلال شكلها، ويميزها عن المثلث والمربع والمستطيل، وفي الصف الثاني يوجد أيضا درساً واحداً فقط يتعرف فيه الطالب على مركز الدائرة، ولا يوجد دروس تتعلق بالدائرة في كل من الصفوف (الثالث؛ الرابع؛ والخامس)، أما في الصف السادس فيوجد ثلاثة دروس؛ يتعرف الطالب في أحد هذه الدروس الثلاث على المفاهيم: (نصف القطر؛ القطر؛ الوتر)، ويتعلق الدرسان المتبقيان بالقياس حيث يتعرف فيها الطالب على كيفية إيجاد محيط الدائرة ومساحتها، ولا يوجد دروس تتعلق بالدائرة في الصف السابع، أما في الصف الثامن فيوجد درسان أحدها عن القطاع الدائري والثاني عن القطعة الدائرية، وفي الصف التاسع يوجد وحدة كاملة حول الدائرة، ولكنها تتكون من ثلاثة دروس فقط، يتضمن الدرس الأول مراجعة معلومات أساسية حول الدائرة، والدرس الثاني عن الزوايا المركزية والزوايا المحيطية، والدرس الثالث عن الشكل الرباعي الدائري، وفي الصف العاشر هناك تمرين واحد في الدرس الثاني من وحدة الإنشاءات الهندسية يتعلق بتحديد مركز دائرة مرسومة من خلال الإنشاءات الهندسية، وفي

الدرس الرابع من وحدة الإنشاءات الهندسية يتعلم الطالب رسم سداسي منتظم باستخدام الدائرة، وهذا كل ما يتعلق بالتعلم المدرسي في المناهج الفلسطينية عن الدائرة، أي أنه لا يوجد دروس تتعلق بالدائرة في كل من الصفوف (الحادي عشر والثاني عشر). وبهذا فإن كل ما يتعلمه الطالب عن الدائرة هو شكلها؛ قياس المحيط والمساحة؛ بعض المفاهيم الأساسية؛ الزوايا المركزية والزوايا المحيطية؛ والشكل الرباعي الدائري فقط، بينما لا يتعلم الطالب الكثير من المواضيع المهمة المرتبطة بالدائرة مثل: إثبات بعض النظريات المهمة في الدائرة؛ التعرف على مفهوم مماس الدائرة والزوايا الناتجة عن ذلك؛ علاقة الدائرة بالنقطة؛ علاقة الدائرة بالخط المستقيم، علاقة الدائرة بدائرة أخرى، علاقة الشكل الرباعي الدائري بالأشكال الهندسية الرباعية الأخرى كمتوازي الأضلاع والمعين والمربع، وتطبيق خصائص المثلث المتساوي الساقين في الدائرة.

وقد بدأت في منتصف القرن الماضي حركة تطور عالمية باتجاه إصلاح المناهج، وقد كان للمجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) National Council of Teachers of Mathematics في الولايات المتحدة الأمريكية دورا رائدا فيها من خلال المبادئ والمعايير التي وضعها والتي شكلت الأساس لتوجيه عملية تطوير مناهج الرياضيات المدرسية في الولايات المتحدة الأمريكية (الرمامنة وآخرون، 2015).

ولم تعد معايير (NCTM) أمريكية فحسب، بل باتت عالمية، حيث سعت العديد من الدول في جميع أنحاء العالم إلى تطوير مناهج الرياضيات بالاعتماد على تلك المعايير ومنها دولة فلسطين (أبو الروس، 2018).

2.1 مشكلة الدراسة

بناء على تقرير اللجنة العليا لمراجعة المسيرة التعليمية في فلسطين للعام (2015)؛ فإن التعليم بحاجة ماسة إلى إصلاح شامل لجميع قطاعاته، حيث أن المناهج الحالية تعتمد على الحفظ والتلقين وعلى مهارات التفكير الدنيا وتهمل مهارات الحياة ومهارات القرن الواحد والعشرين ومهارات التفكير العليا، وبالتالي فهي لا تعزز الإبداع والتحليل الناقد وحل المشكلات، كما أنها لا تلبي احتياجات المتعلمين المختلفة تبعا لتطور نمائهم، وتعدد ذكاءاتهم، واختلاف قدراتهم وبيئاتهم (اللجنة العليا لمراجعة المسيرة التعليمية في فلسطين، 2015).

كما أن مضامين المناهج لا زالت غير قادرة على تشجيع عملية الإبداع والتفكير العلمي، وأن الأسلوب التلقيني هو من أكثر الأساليب المستخدمة في التعليم بشكل عام (وزارة التربية والتعليم، 2016).

وقد قام عدد من الباحثون التربويون المحليّون بتحليل المناهج المدرسية الفلسطينية في ضوء معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، حيث قامت الرويدي (2005) بدراسة

بينت نتائجها أن معايير (NCTM) أكثر شمولية واتساعا وعمقا مما هو متوافر في المناهج الفلسطينية. وقام عمر (2011) بدراسة أظهرت نتائجها أن درجة توفر معايير (NCTM) في كتب الرياضيات في الصفوف (6 – 8) تتراوح من متوسطة إلى قليلة، كما قامت خوجة (2019) بدراسة أشارت فيها إلى أن هناك عدم اتساق بين محتوى الهندسة في منهاج الصف العاشر ومعايير (NCTM). ووضحت كرزون (2019) أن محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للصفوف (3 – 5) يتوافق مع المعايير التي حددها (NCTM) بنسب متفاوتة، ويتراوح توفر المعايير بين ضعيف ومتوسط لأغلبها.

وبناء على ما سبق؛ فإن مشكلة الدراسة تتلخص بأن هناك بعض جوانب القصور في مناهج الرياضيات الفلسطينية، وبالذات الوحدات المتعلقة بمجال الهندسة، وأنها لا ترقى إلى مستوى الالتزام بالمعايير العالمية، ومما لا شك فيه أننا بحاجة إلى الاستمرار في تحليل وتطوير هذه المناهج لمواكبة تطور العلم والتكنولوجيا في ظل هذا العالم سريع التغير. ومن هنا فقد ارتأت الباحثة إجراء هذه الدارسة التي تم من خلالها تحليل وإثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي الفلسطيني في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)، حيث أن نتائج هذه الدراسة تأتي في مرحلة هامة من مراحل تطوير الكتب الفلسطينية ليستفيد منها جميع العاملين في الميدان التربوي.

3.1 أسئلة الدراسة

لتحقيق أهداف الدراسة حاولت الباحثة الإجابة على الأسئلة الرئيسية الأربعة الآتية:

1. ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بمحتوى الهندسة، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟
2. ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بعملية حل المشكلات، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟
3. كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) للمحتوى؟
4. كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لعملية حل المشكلات؟

4.1 أهداف الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى:

1. استكشاف مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بالمحتوى الهندسي والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي.

2. استكشاف مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بعملية حل المشكلات، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي.
3. إعداد مادة إثرائية مقترحة في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لوحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي للمحتوى.
4. إعداد مادة إثرائية مقترحة في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لوحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي لعملية حل المشكلات.

5.1 مبررات الدراسة وأهميتها

لاحظت الباحثة – من خلال عملها كمعلمة لمادة الرياضيات – الضعف الشديد الذي يعاني منه الطلبة وبعض المعلمين في مادة الهندسة على وجه الخصوص، وقد لاحظت الباحثة أيضا أن ترتيب وحدة الهندسة يأتي غالبا في نهاية الكتاب المدرسي مما أوحى باعتقاد خاطئ وغير مقصود للمعلمين بأن موضوع الهندسة أقل أهمية من الموضوعات الرياضية الأخرى؛ الأمر الذي صنع تحيزا لموضوع الهندسة عند الباحثة.

ومن الجدير بالذكر أن بعض البلدان كسنغافورة وفنلندا حققت نجاحا لافتا في تعليم الرياضيات المدرسية لطلابها، وكان لهذه البلدان معايير خاصة بها، وأصبحت معاييرها في تعليم الرياضيات المدرسية مثالا يُحتذى به في العديد من البلدان الأخرى، إلا أن الباحثة اختارت

معـايير المجلـس الـوطني لمعلمـي الرياضـيات (NCTM) لدراسـتها لهـا بعمـق أثنـاء مسـاقات الماجستير.

وعليه ظهرت ضرورة تحليل وحدة الدائرة في كتاب الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، ثم إثرائها بعد ذلك بناء على نتائج التحليل.

وتنبـع أهميـة هـذه الدراسـة مـن أهميـة الكتـاب المدرسـي كجـزء مـن المنهـاج، ودوره المحـوري والأساسـي فـي عمليـة التعلـيم، وارتكـاز التعلـيم المدرسـي عليـه بالدرجـة الأولـى. كمـا تـأتي هـذه الدراسة كإضافة جديدة إلى جهود الباحثين اللذين قاموا بدراسات حول تحليل المناهج أو إثراءها، ويجـدر بنـا الحـرص علـى اسـتمرارية البحـوث والدراسـات التـي تتعلـق بتحليـل وتطـوير المنـاهج الفلسطينية في هذه الفترة الزمنية التي تشهد تطورات وتغييرات متلاحقة على المناهج المدرسية فـي محاولـة حثيثـة ومسـتمرة لإثبـات حـق الفلسـطينيين بالاسـتقلال وإثبـات الهويـة وبنـاء المنـاهج المستقلة التي تخدم حاجات المجتمع الفلسطيني.

وقد تفيد هذه الدراسة مؤلفي الكتب المدرسية في التعرف إلى الجوانب التي بحاجة إلى تعديل وتصويب، كما قد تشجع هذه الدراسة الباحثين على إجراء دراسات مشابهة لها بتناول وحدات تعليمية أخرى، ومن صفوف دراسية مختلفة.

6.1 حدود الدراسة

اقتصرت هذه الدراسة على تحليل وحدة الدائرة، وهي الوحدة التاسعة في كتاب الرياضيات الفلسطيني للصف التاسع الأساسي، ثم تقديم إثراء مقترح بناء على نتائج التحليل لجميع المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة دون التطرق لتقييم الوحدة فيما إذا كان توافر المؤشرات فيها مقبولا أو دون المقبول.

7.1 مصطلحات الدراسة

المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM):

تأسس في عام (1920)، ونتج في الأصل عن نادي شيكاغو للرياضيات، وهو منظمة مهنية تضم أكثر من (100) ألف عضو من المدرسين لمادة الرياضيات للصفوف (التمهيدي–12)؛ أعضاء هيئة التدريس في الجامعات؛ صناع السياسات على مستوى الولايات والمقاطعات الوطنية؛ المسؤولين؛ أولياء الأمور؛ الباحثون التربويون؛ وعلماء الرياضيات. وتتمثل مهمة المجلس في توفير الرؤية والقيادة اللازمتين لضمان تعليم الرياضيات بأعلى جودة لجميع الطلاب (Ferrini–Mundy, 2000).

المعايير (Standards)

المعـايير هـي "اتفاقيـات موثقـة تحتـوي علـى إرشـادات فنيـة للتأكـد مـن أن المـواد والمنتجـات والعمليات والتمثيلات والخدمات مناسبة للغرض منها" (Allen & Sriram, 2000, p.172).

معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM):

هــي وثيقــة صــادرة عــن المجلــس الــوطني لمعلمــي الرياضــيات، وُضــحت فيهــا عشــرة توصــيات تصــف بطريقــة عامــة الرياضــيات التــي يجــب أن يعرفهــا الطــلاب وأن يكونــوا قــادرين علــى القيــام بهــا عبــر ســنوات الــتعلم للصــفوف (التمهيــدي–12)، خمســة معــايير منهـا تعتبـر معـايير محتـوى مـن حيـث أنهـا تعـالج الموضـوعات الرياضـية الخمسـة الآتيـة: الأعــداد والعمليــات، الجبــر، الهندســة، القيــاس، وتحليــل البيانــات الاحتمــالات، وخمســة معــايير أخــرى تتعلــق بالعمليــات الرياضــية الآتيــة: حــل المشــكلات، التعليــل والبرهــان، التواصل، الترابط، والتمثيل (Ferrini–Mundy, 2000).

حل المشكلات (Problem Solving)

إن حل المشكلات في الرياضيات يعني "فحص المشكلة للعثور على الأفكار الرئيسة أو اختيار الإستراتيجية المناسبة والقيام بالحسابات المطلوبة وإيجاد الإجابة ثم إعادة التحقق." والمقصود بالمشكلة هنا هو: "السؤال الذي يحتاج إلى حل رياضي أو المسائل التي قد تكون مكتوبة بالكلمات أو الأرقام أو المتغيرات." (Eather, 2016).

الإثراء التعليمي (Enrichment)

وتعرف عملية إثراء المناهج الدراسية على أنها "ممارسة لإضافة المزيد من العناصر عن قصد إلى المناهج الدراسية الرسمية، بما يتجاوز إرشادات السياسة أو المناهج الإلزامية، لزيادة التعلم المتاح لجميع الطلاب" (Livingston & Doherty, 2020, p.3).

الفصل الثاني:

الإطار النظري والدراسات السابقة

تناول هذا الفصل في قسمه الأول الإطار النظري، وتناول في قسمه الثاني الدراسات السابقة المتعلقة بموضوع هذه الدراسة.

1.2 الإطار النظري

قامت الباحثة بعرض الإطار النظري الخاص بهذه الدراسة ضمن ثلاثة محاور، هي: مبادئ ومعايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)؛ حل المشكلات؛ والإثراء التعليمي. وهذه المحاور موضحة كما يأتي:

1.1.2 المحور الأول: مبادئ ومعايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)

وضحت الباحثة هذا المحور من الإطار النظري في خمسة عناوين فرعية كما سيأتي:

1.1.1.2 المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)

تم تأسيس المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات منذ عام (1920)، وكانت مهمته الرئيسة هي تقديم الرؤية والقيادة الضرورية لضمان تعليم الرياضيات المدرسية على أعلى مستوى لجميع الطلاب. ويضم المجلس أكثر من (100) ألف عضو من بينهم أعضاء هيئة تدريس في الجامعات؛ صناع السياسات على مستوى الولايات والمقاطعات؛ مسؤولين في الدولة؛ أولياء أمور الطلبة؛ باحثون تربويون؛ وعلماء رياضيات. يناقش أعضاء المجلس باستمرار التطورات الجديدة، ويتشاركون خبراتهم، ويقيمون الاتجاهات في تدريس الرياضيات. وللمجلس العديد من المنشورات، كما أنه يقوم بعقد المؤتمرات من حين لآخر، ويعرض هذه المنشورات والمؤتمرات على مواقع الإنترنت. ويتبع للمجلس أكثر من (250) مركز في الولايات المتحدة الأمريكية وكندا، وتعمل هذه المراكز كشبكة لتبادل المعلومات والموارد لجميع الموضوعات المتعلقة بتعليم الرياضيات (Ferrini-Mundy, 2000; NCTM, 2000).

يتحدى المجلس الوطني لمدرسي الرياضيات (NCTM) فكرة أن الرياضيات مخصصة للقلة المختارة فقط، بل على العكس من ذلك، يرى المجلس أن الجميع يحتاج إلى فهم الرياضيات، ويجب أن تتاح الفرصة لجميع الطلاب لتعلم الرياضيات بشكل أكثر فهما وعمقا، ويرى المجلس أنه يجب توجيه المعلمين نحو الاستمرار في تحسين تعليم الرياضيات في الصفوف الدراسية، كما يقدم المكونات الأساسية لبرنامج الرياضيات المدرسي عالي الجودة (NCTM, 2000).

2.1.1.2 نبذه عن مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية التي قدمها (NCTM)

مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية هي وثيقة مكونة من (402) صفحة، منظمة في ثمانية فصول، توضح المقدمة الغرض والهدف العام من الجهود المبذولة في إعداد الوثيقة، ويقدم الفصل الأول رؤية للرياضيات المدرسية وهي: (تصور عالَماً يرى فيه الجميع جمال الرياضيات، ويقدرون قيمتها، ويسعون إلى تعلمها بحماس)، ويقدم الفصل الثاني مجموعة من ستة مبادئ (المساواة، المنهاج الدراسي، التعليم، التعلم، التقييم، والتكنولوجيا) والتي تعتبر أساس للتوصيات الواردة في الوثيقة، وفي الفصل الثالث من الوثيقة تم توضيح عشرة معايير تصف بطريقة عامة الرياضيات التي يجب أن يعرفها الطلاب وأن يكونوا قادرين على القيام بها عبر سنوات الدراسة في الصفوف (التمهيدي–12)، منها خمسة معايير للمحتوى، وخمسة معايير أخرى للعمليات، وتتناول الفصول الأربعة التالية من الوثيقة كل فئة من الفئات الأربعة للصفوف: (التمهيدي–2؛ 3–5؛ 6–8؛ 9– 12)، حيث يوجد فصل لكل فئة، ويوجد قسم في كل فصل يوضح كل معيار من المعايير العشرة سابقة الذكر، ويناقش الفصل الثامن والأخير كيف يمكن أن تعمل المجموعات المختلفة معاً بشكل أفضل من أجل التحسين المستمر لتعليم الرياضيات (Ferrini–Mundy, 2000).

تقسم المعايير العشرة والتي تم وصفها للصفوف (التمهيدي – 12) إلى معايير محتوى ومعايير عمليات، تصف معايير المحتوى خمسة مجالات يجب أن يتعلمها الطلاب وهي: (العدد والعمليات، الجبر، الهندسة، القياس، وتحليل البيانات والاحتمالات)، بينما تصف معايير

العمليات خمسة طرق لاكتساب المعرفة وتطبيقها وهي: (حل المشكلات، التبرير والبرهان، التواصل، الترابط الرياضي، والتمثيلات الرياضية)، ترتبط هاتان المجموعتان من المعايير معاً حيث يتم تطبيق معايير العملية لتعلم المحتوى (Charlesworth, 2005).

وقد قام المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) بإنتاج العديد من الوثائق على مر السنين، في الأعوام: (1989)؛ (1991)؛ و(1995)، ثم جاءت المبادئ والمعايير للرياضيات المدرسية عام (2000) امتدادا للمنشورات الثلاث السابقة، وقد كانت هذه المنشورات مؤثرة في جميع أنحاء العالم في وضعها رؤية للرياضيات المدرسية تركز على فهم الطالب وحل المشكلات (Ferrini-Mundy, 2000; Midgett &Eddins, 2001).

3.1.1.2 مبادئ تعليم الرياضيات المدرسية للمجلس الوطني لمعلمي الرياضيات

المبادئ عبارة عن بيانات تعكس القواعد الأساسية التي تعتبر جوهرية في تعليم الرياضيات عالي الجودة، وقد أورد المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات ستة مبادئ لتعليم الرياضيات المدرسية؛ وهي موضحة فيما يأتي كما وردت في (NCTM, 2000):

- **المبدأ الأول: المساواة (Equity)**؛ حيث يمكن لجميع الطلاب، بغض النظر عن خلفياتهم، تعلم الرياضيات عندما يتوفر لديهم تعليم الرياضيات عالي الجودة.

- **المبدأ الثاني: المنهاج الدراسي (Curriculum)**؛ حيث أن المنهج عبارة عن مجموعة من الأنشطة المتماسكة والمفصلة جيدا عبر الصفوف.

- **المبدأ الثالث: التعليم (Teaching)**؛ حيث يتطلب تعليم الرياضيات فهم ما يعرفه الطلاب وما يحتاجون تعلمه، وعلى معلمي الرياضيات معرفة وفهم الرياضيات بشكل عميق.

- **المبدأ الرابع: التعلم (Learning)**؛ حيث يجب أن يتعلم الطلاب الرياضيات مع الفهم، كما يجب بناء المعرفة الجديدة بفعالية من الخبرة والمعرفة السابقة.

- **المبدأ الخامس: التقييم (Assessment)**؛ حيث أن التقييم عليه أن يوجه المعلمين أثناء اتخاذهم القرارات التعليمية، كما تساعد نتائج تقييم الطلاب في تحديد الأهداف التعليمية.

- **المبدأ السادس: التكنولوجيا (Technology)**؛ حيث يمكن للطلاب تطوير فهم أعمق للرياضيات من خلال الاستخدام المناسب للتكنولوجيا.

ويضيف تشارلزوورث (Charlesworth, 2005) بأنه يمكن للأطفال تعلم مفاهيم الرياضيات من البرامج التي توفر التغذية الراجعة، كما توفر أجهزة الحاسوب أيضاً فرصاً اجتماعية حيث يستمتع الأطفال بالعمل معاً.

4.1.1.2 معايير المحتوى للصفوف (التمهيدي – 12)

المعايير هي أوصاف لما يجب أن يمكّن تعليم الرياضيات الطلاب من معرفته والقيام به، وهي معايير عالية ولكنها قابلة للتحقيق، والهدف منها إنتاج مجتمع لديه القدرة على التفكير بشكل عام والتفكير الرياضي بشكل خاص، وهذه المعايير تقدم قاعدة مفيدة من المعرفة والمهارات الرياضية اللازمة في أي مجال من مجالات الحياة (NCTM, 2000).

تحتوي معايير المحتوى على خمسة مجالات وهي: (العدد والعمليات، الجبر، الهندسة، القياس، وتحليل البيانات والاحتمالات)، وهي موضحة فيما يأتي كما وردت في (NCTM, 2000):

- **العدد والعمليات (Number and Operations)**؛ وهذا المجال يتضمن فهم الأرقام (الأعداد الصحيحة ثم الكسور) وتطوير معاني العمليات الحسابية.

- **الجبر (Algebra)**؛ حيث أنه من الأفضل تعلم الجبر كمجموعة من المفاهيم والتقنيات المرتبطة بتمثيل العلاقات الكمية والأرقام والمواقف اليومية.

- **الهندسة (Geometry)**؛ حيث أن الهندسة هي مجال لتنمية مهارات التفكير والتبرير لدى الطلاب، فيه يقوم الطلاب بتحليل خصائص الأشكال الهندسية ويقدمون حجج رياضية حول العلاقات الهندسية.

- **القياس (Measurement)**؛ حيث يتضمن فهم الوحدات والأنظمة واستخدام الأدوات في عمليات القياس، وتطبيق ذلك في الهندسة والإحصاء.

- **تحليل البيانات والاحتمالات (Data Analysis and Probability)**؛ حيث يتضمن تعلم الأساليب الإحصائية المناسبة لتحليل البيانات، وإجراء الاستنتاجات والتنبؤات على أساس البيانات، وفهم واستخدام المفاهيم الأساسية للاحتمالات.

ومن معايير المحتوى الخمسة سابقة الذكر، تناولت الباحثة في الدراسة الحالية معيار الهندسة فقط، وذلك لملائمته لسياق الدراسة.

5.1.1.2 معايير العمليات للصفوف (التمهيدي – 12)

أما معايير العمليات فتحتوي على خمسة طرق لاكتساب المعرفة وتطبيقها؛ وهي موضحة فيما يأتي كما وردت في (NCTM, 2000):

- **العملية الأولى: حل المشكلات (Problem Solving)**؛ حيث أن الطلبة يحتاجون إلى فرص متكررة لصياغة المشكلات المعقدة التي تتطلب قدراً كبيراً من الجهد والتعامل معها وحلها. ويجب تشجيع الطلبة على التفكير في تفكيرهم أثناء عملية حل المشكلات حتى يتمكنوا من تطبيق وتكييف الاستراتيجيات التي يطورونها مع المشكلات الأخرى وفي

سياقات أخرى، ومن خلال حل المشكلات الرياضية، يكتسب الطلاب طرقاً في التفكير وعادات المثابرة والفضول والثقة في المواقف غير المألوفة التي تخدمهم جيداً خارج فصل الرياضيات.

- **العملية الثانية: التبرير والبرهان (Reasoning and Proof)**؛ حيث يوفر التبرير أو التفكير المنطقي والبرهان الرياضي طرقاً قوية لتطوير الأفكار، ويتضمن ملاحظة الأنماط في كل من المواقف الواقعية والرياضية، وتطوير الحجج والبراهين الرياضية.

- **العملية الثالثة: التواصل (Communication)**؛ يعتبر التواصل الرياضي وسيلة لتبادل الأفكار بين الطلبة، ويمنح الطلبة فرصاً لتطوير مفاهيمهم الخاصة، وتساعد المحادثات في صقل تفكير المشاركين لأنه يتم فيها استكشاف الأفكار الرياضية من وجهات نظر متعددة.

- **العملية الرابعة: الترابط الرياضي (Connections)**؛ فعندما يربط الطلاب الأفكار الرياضية، يكون فهمهم أعمق وأكثر استدامة، وسينظرون إلى الرياضيات ككل متماسك.

- **العملية الخامسة: التمثيلات الرياضية (Representations)**؛ حيث يمكن تمثيل الأفكار الرياضية بعدة طرق؛ منها: المواد الملموسة والجداول والرسوم البيانية والرموز والأرقام وجداول البيانات.

من معايير العمليات الخمسة سابقة الذكر، تناولت الباحثة في هذه الدراسة عملية واحدة فقط، وهي حل المشكلات، وهذه العملية سيتم توضيحهما بالتفصيل في المحور الثاني الآتي:-

2.1.2 المحور الثاني: حل المشكلات (Problem Solving)

يتعلق هذا المحور بمعايير العمليات التي تم وضعها من قبل المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، وقد قامت الباحثة باختيار عملية واحدة فقط من العمليات الخمسة، وهي عملية حل المشكلات والتي سيتم توضيحها في خمسة عناوين فرعية كما سيأتي:-

1.2.1.2 نموذج بوليا (Polya) في حل المشكلات

كان حل المشكلات هو الشعار الرئيس لتعليم الرياضيات خلال ثمانينيات القرن الماضي، ويعتبر الاهتمام بحل المشكلات غير الروتينية في تعليم الرياضيات أمرا عظيما، لأنه يعني نفي تعليم الرياضيات بالشكل التقليدي عن طريق نقل المعلومات فقط وفصل النظرية عن التطبيق (Zheng, 1994).

ويعتمد تعلم الرياضيات من خلال حل المشكلات بشكل كبير على فكرة إعادة الاكتشاف، وقد وصف العالم بوليا (Polya) حل المشكلات بطريقة يمكن تدريسها من خلال وضع نموذجه في

حل المشكلات عام (1945) من خلال كتابه (How to solve it)، وهذا النموذج يتكون من أربع مراحل، هي: أولاً؛ علينا أن نفهم المشكلة، وأن نرى بوضوح ما هو مطلوب، ثانياً؛ يجب أن نرى كيف ترتبط العناصر المختلفة بعضها ببعض، وكيف يرتبط المجهول بالبيانات، من أجل الحصول على فكرة الحل، ووضع خطة، ثالثاً؛ تنفيذ الخطة، رابعاً؛ نتفحص الحل المكتمل، نقوم بمراجعته ومناقشته (Polya, 1945).

وقد ادعى بوليا أنه يمكن الحصول على معرفة جديدة في الرياضيات من خلال النظر في مشكلة يتم اختيارها بشكل مناسب ويتم فيها استخدام معرفتنا السابقة، كما يشير إلى أن إعادة الاكتشاف هي الأداة الرئيسة لتجسيد منظور بياجيه للتعلم النشط (Voskoglou, 2011).

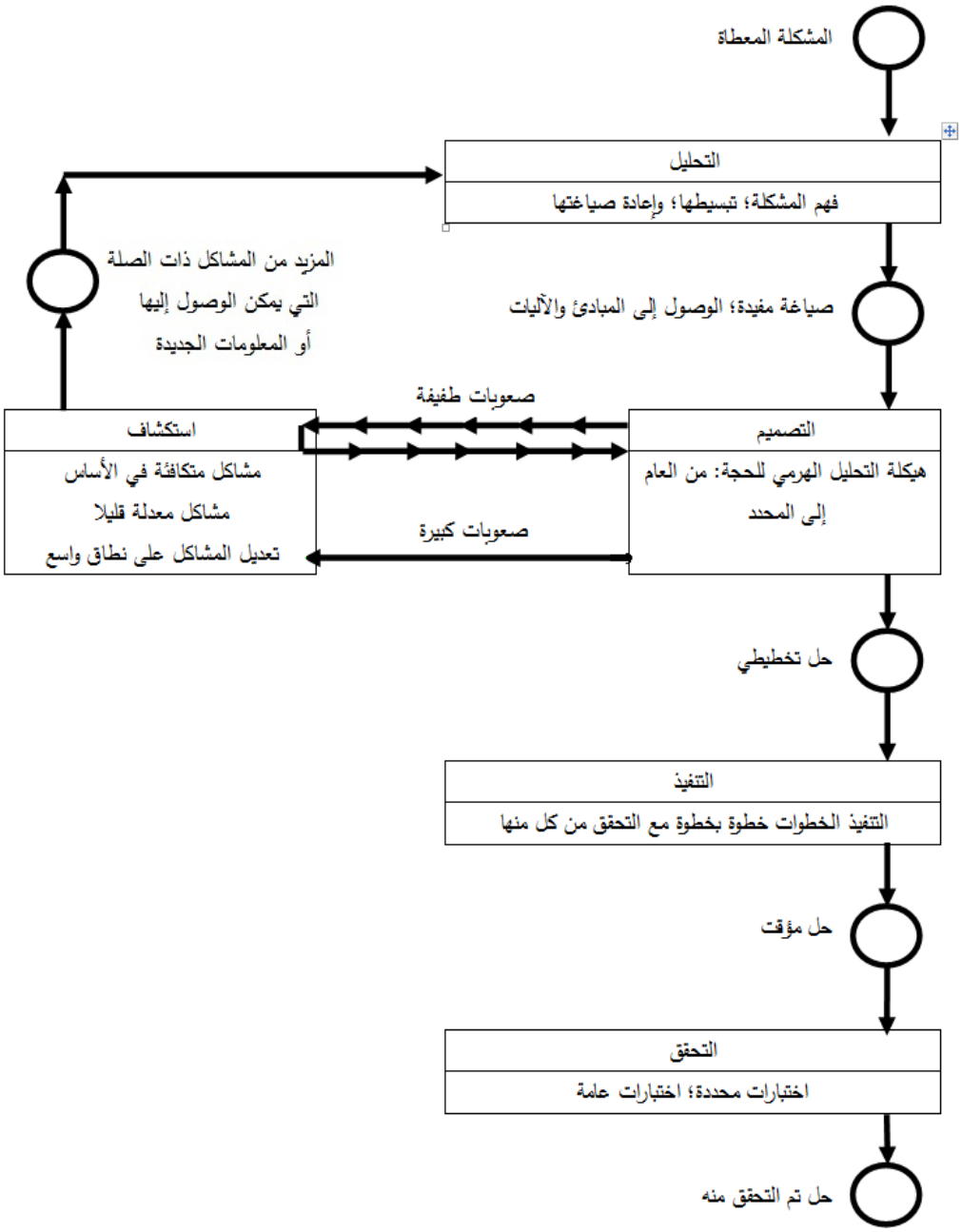
2.2.1.2 نموذج شونفيلد (Schoenfeld) في حل المشكلات

يُعتبر نموذج حل المشكلات لشونفيلد (Schoenfeld) والمكون من خمس خطوات؛ نسخة مطورة من نموذج بوليا الأساسي، وهدفه تقديم قائمة بالإرشادات الممكنة من أجل الوصول إلى حل المشكلة، الخطوة الأولى من النموذج هي تحليل المشكلة (فهم العبارة وتبسيط المشكلة)، الخطوة الثانية هي تصميم الحل (هيكلة الحجة، التحليل الهرمي من عام إلى محدد)، الخطوة الثالثة هي الاستكشاف (البحث عن مشاكل مكافئة بشكل أساسي)؛ وهو "قلب" إرشادي للعملية برمتها، الخطوة الرابعة هي تنفيذ الحل (التنفيذ خطوة بخطوة، والتحقق من كل خطوة)، وقد تكون

الخطوة الرابعة هذه هي الخطوة الأخيرة في حل المشكلة، ومع ذلك، فإن الخطوة الأخيرة هي التحقق من الحل (الاختبارات المحددة والعامة للحل الذي تم العثور عليه، على سبيل المثال يجب أن يتوافق الحل مع تقديرات أو تنبؤات معقولة)، كما يمكن للطالب من خلال عملية التحقق تحديد موقع الأخطاء البسيطة، كما يمكن لعملية مراجعة الحل أن تسفر عن طرق بديلة (Voskoglou, 2011).

يعتبر شونفيلد (Schoenfeld) أن المعرفة السابقة عنصرا أساسيا في عملية حل المشكلات، فالمعرفة السابقة تؤثر على فهم المشكلة؛ وكذلك على اختيار الاستراتيجيات التي يتم استدعاؤها في محاولة حل المشكلة، وفي الواقع المعرفة السابقة هي كل ما يستطيع الطالب الاعتماد عليه عند مواجهته المشكلة لأول مرة، وبالنسبة إلى شونفيلد فإن عملية حل المشكلات هي في النهاية حوار بين المعرفة السابقة لحل المشكلات ومحاولات الطالب وأفكاره على طول طريق محاولة الوصول إلى الحل (Liljedahl et. al., 2016).

ويظهر نموذج شونفيلد موضحا في الشكل (1.2) الآتي (Schoenfeld, 1980, p.800):



الشكل (1.2): نموذج شونفيلد لإستراتيجية حل المشكلة

3.2.1.2 النقاط الأساسية في تعليم حل المشكلات

هناك ثلاث نقاط أساسية يجب التركيز عليها عند تعليم الطلبة حل المشكلات في الرياضيات، وهذه النقاط الثلاث يوضحها تشنج (Zheng, 1994) كما يأتي:

أولاً: يجب أن يتعلم الطلاب الرياضيات من خلال أنشطة حل المشكلات، أي من خلال التطبيق والعمل بدلا من مجرد تلقي المعرفة.

ثانيًا: يمكن للطلاب أن يصبحوا أكثر ثقة في قدراتهم الرياضية الخاصة عن طريق حل المشكلات التي لها معنى حقيقي، أي تلك المرتبطة بالحياة اليومية للطلبة.

ثالثًا: يجب أن يكون الهدف النهائي لتعليم الرياضيات هو تحسين قدرة الطلاب على حل المشكلات، وتعلم التفكير الرياضي.

4.2.1.2 الفرق بين المشكلة والمَهَمَّة

حل المشكلات عبارة عن رحلة استكشافية، في البداية تكون الطريق غير واضحة، ويكون الزمن الذي ستستغرقه الرحلة غير محدد، والمشكلة ليس لها حل واضح ولا حل روتيني، فإذا كان لها حل واضح أو كان حلها روتينيا فهي ليست مشكلة بل مَهَمَّة، ووضوح الحل بالنسبة لشخص ما يعتمد على معرفته ومهاراته، وعلى المستوى الدراسي له، فالمسألة الواضحة بالنسبة لطالب معين

ليست بالضرورة أن تكون واضحة بالنسبة لطالب آخر، وفي المشكلة يحتاج الطالب إلى تقسيمها إلى أجزاء معروفة، وقد يبدأ الطالب بأمر يعرفه بالفعل (معرفة سابقة)، وقد يحاول ويفشل، ثم يحاول بطريقة أخرى، وهكذا حتى يبني طريقا إلى الحل، ويتطلب حل المشكلة مهارات إضافية، وقبول للتحدي، وتخيل البدائل، وإثبات خطة الحل أو الفشل في الوصول إلى الحل الصحيح، والتعرف على المعلومات التي قد يمنحنا إياها الفشل، كما يتطلب حل المشكلة فترة زمنية طويلة مقارنة بالوقت الذي تتطلبه المهمة، ويعتمد زمن حل المشكلة على المشكلة نفسها وعلى مدى تدرب الطالب على حل المشاكل من نفس النوع، وإذا تدرب الطالب على حل مشاكل من نوع معين تدريبا جيدا؛ فإنه من الأصح أن نطلق عليها إذا ما واجهته مجددا في الاختبارات مثلا اسم "أسئلة" (Kobashikawa, 2017).

5.2.1.2 الاتجاه الحالي في حل المشكلات

ركز العمل القديم على وصف عملية حل المشكلات، بينما ركز العمل الحديث على تحديد سمات حل المشكلات التي تساهم في نجاح أو فشل العملية (Voskoglou, 2011, p.1).

في العام (2005) وبالاعتماد على كمية كبيرة من المؤلفات المتعلقة بحل المشكلات، قامت كارلسون وبلوم (Carlson & Bloom, 2005) بابتكار تصنيفًا أوليًا يصف سمات حل المشكلات التي لها صلة بنجاح حل المشكلات، أبعاد التصنيف هي: (البعد الأول: الموارد؛

الثاني: التحكم؛ الثالث: الأساليب؛ الرابع: الاستدلال؛ والخامس: التأثير)، البعد الأول (الموارد): ويتم فيه تحديد كل من المفاهيم؛ المعرفة؛ الحقائق؛ والإجراءات، المراد استخدامها أثناء حل المشكلة، البعد الثاني (التحكم): ويشير إلى السلوكيات وراء المعرفية والقرارات التي تؤثر على مسار الحل، وهذا يشمل اختيار الموارد والاستراتيجيات وتنفيذها، البعد الثالث (الأساليب): وهو بناء البيانات والأفكار الجديدة، وتنفيذ العمليات الحسابية، البعد الرابع (الاستدلال): ويتم فيه مراقبة المتماثلات؛ البدائل؛ استخدام الرسم البياني أو الجداول؛ البحث عن أمثلة مضادة، البعد الخامس والأخير (التأثير): وهذا يشمل الاتجاهات؛ المعتقدات؛ العواطف؛ والقيم (Carlson & Bloom, 2005; Voskoglou, 2011).

3.1.2 المحور الثالث: الإثراء التعليمي (Educational Enrichment)

قامت الباحثة بعرض هذا المحور من الإطار النظري في خمسة عناوين فرعية موضحة كالآتي:

1.3.1.2 مفهوم الإثراء التعليمي

إن المقصود بمفهوم الإثراء التعليمي هو إغناء البرنامج التربوي، وتزويد التلاميذ في المراحل التعليمية المختلفة بنوع جديد من الخبرات التعليمية، وتختلف هذه الخبرات التعليمية الجديدة عن

تلك الخبرات المقدمة لهم في المنهج الدراسي المعتاد من حيث المحتوى، والمستوى، والجودة، والأصالة الفكرية، كما يمكن أن نصف النشاط الإثرائي بأنه نوع من الأنشطة التعليمية التي تحرك وتزيد من فعالية التلاميذ واتجاهاتهم الإيجابية نحو المادة التعليمية، من خلال ما تتيحه لهم من خبرات جديدة غير روتينية تتسم بالمرونة والعمق والاتساع وتتطلب منهم المشاركة والفعالية أثناء الحصة الدراسية (عصر، 2001).

والإثراء هو عملية علاجية محدودة، تحدث عن طريق إغناء المنهج وإحداث إضافات معينة كمية أو نوعية لعنصر أو أكثر من عناصر المنهج، لتكمل بعض النواقص فيه، ويتم ذلك بعد عملية تحليل المنهج (أبو منديل، 2011؛ النادي، 2007).

ويستخدم مصطلح (الإثراء) في معظم الأحيان في السياقات المتعلقة بالطلبة الموهوبين، ولكن اعتبار الإثراء مخصص فقط للموهوبين يحرم غالبية الطلبة من الوصول إلى فرص الإثراء التي يستحق أن يصل إليها الجميع، لذلك يجب أن ينتشر الإثراء في المناهج الدراسية ككل وأن لا يكون متاحاً للموهوبين فقط (Piggott, 2004).

ويمكننا استخدام الإثراء مع عدة مستويات من الطلبة، فعلى سبيل المثال يمكننا تنمية قدرات الطلبة ذوي المستوى المتوسط عن طريق تقديم بعض النماذج الإثرائية لمساعدتهم في تطوير قدراتهم ومهاراتهم، لذلك فإن الإثراء التعليمي يمكن استخدامه مع جميع الطلبة وليس فقط مع المتفوقين عقليا منهم (سليمان وأحمد، 2001).

2.3.1.2 أهداف استخدام الأنشطة الإثرائية في تدريس الرياضيات

يمكن تحديد أهداف استخدام الأنشطة الإثرائية في تدريس الرياضيات، وقد وضحها عصر (2001، ص.12) على النحو الآتي:

1- التخفيف من صعوبة بعض موضوعات الرياضيات المجردة.

2- استثارة الفضول وحب الاستطلاع الرياضي لدى الطلاب.

3- تعميق فهم الطلاب للموضوعات الرياضية المختلفة.

4- مساعدة الطلاب على تحصيل الرياضيات على المستويات العقلية العليا.

5- تنمية القدرات الإبداعية لدى الطلاب وخاصة المتفوقين منهم.

6- اختزال الخوف الذي يصاحب دراسة الرياضيات، وخاصة لدى الطلاب منخفضي القدرة على التحصيل الدراسي.

7- مساعدة المعلمين على إثراء تدريس الرياضيات بأنشطة رياضية مبدعة.

8- المساهمة في إثراء مناهج الرياضيات بالمراحل التعليمية المختلفة.

3.3.1.2 أهمية الإثراء التعليمي

ينقل النشاط الإثرائي المتعلم من حالة التلقي السلبي إلى حالة التفاعل الإيجابي، ويعتبر أحد الاتجاهات المعاصرة لتطوير مناهج الرياضيات بمراحل التعليم العام، والذي ويتطلب تضمين

المحتوى الرياضي لبعض الأنشطة الإثرائية المحببة إلى نفوس الطلاب، والتي تنمي اتجاهات إيجابية نحو المادة الدراسية، وتؤثر بشكل إيجابي على نواتج التعلم المرغوب فيها، وتعزز التحصيل الدراسي وتطور مهارات التفكير العليا، وتُوسع الاهتمامات الثقافية في المدرسة، وتُقوى الأداء الإبداعي، وتُعرف الطالب بالأفكار المتعددة في جميع نواحي الحياة. وقد تفشل الطريقة المعتادة في التدريس في تحقيق الأهداف المنشودة نظراً لخلوها من حل المشكلات الرياضية غير الروتينية، ونُدرة استخدام الألعاب العقلية أو الألغاز الذهنية بها، وإنّ ضعف رغبة بعض الطلبة في دراسة الرياضيات ونفورهم منها، يعود غالبا إلى ندرة استخدام الأنشطة الإثرائية (عصر، 2001).

4.3.1.2 اتجاهات إثراء المنهج التعليمي

هناك اتجاهان أساسيان بخصوص إثراء المنهج التعليمي (سليمان وأحمد، 2001)، هما:

- **الاتجاه الأول:** أن يتصل المنهج الإثرائي اتصالا وثيقا بالمنهج الأصلي، وأن يكون امتدادا له، أي أن يتم تناول مادة المنهج الأصلي مع التركيز على التعمق فيها.
- **الاتجاه الثاني:** أن يكون المنهج الإثرائي غير مقيد، أي أنه ليس من الضروري أن يكون له علاقة بالمنهج الأصلي.

5.3.1.2 صور إثراء المنهج التعليمي

ويتخذ إثراء المنهج الدراسي المعتاد صورتان، الصورة الأولى هي توسيع المنهج الدراسي، والصورة الثانية هي تعميق محتواه. وفيما يأتي توضيح لهاتين الصورتين (القريطي، 2014):

الإثراء الأفقي (Horizontal): ويعني تقديم موضوعات جديدة أو إضافة وحدات إلى المنهج الأصلي الذي يدرسه الطلبة فعلا في مقرر دراسي واحد أو أكثر، وهذا من شأنه تحقيق الاتساع (Breadth) في ما يتم تدريسه للطلبة مع إشباع الاحتياجات الخاصة للطلبة الموهوبين والمتفوقين.

الإثراء العمودي (Vertical): ويعني تعميق محتوى مجال معين من مجالات المنهج المقرر، أو وحدات دراسية معينة فيه، وإعطاء الطلبة مشاكل واقعية للتفكير فيها بشكل تأملي وإبداعي، وذلك من أجل تنمية قدراتهم على حل المشكلات، وأيضا تطوير مهارات الطلبة في التطبيق والتحليل والتركيب والتقويم في موضوع معين بدلا من مجرد الإلمام بالحقائق والمعلومات.

2.2 الدراسات السابقة

يعتبر الكتاب المدرسي جزء أساسي من المنهج، فهو المرجع الذي يعتمد عليه الطالب بشكل أساسي أثناء عملية التعلم. وإن عملية تطوير المنهج تستهدف المنهج القائم من أجل تحسينه وإجراء تغييرات واعية عليه تشمل جميع جوانبه وتتجه به نحو الأفضل. ومن أجل تطوير المناهج فإننا نحتاج إلى تحليلها من أجل معرفة نقاط القوة للمحافظة عليها؛ والوقوف على نقاط الضعف والقصور لتحسينها وتطويرها.

وفي هذا الجزء من الفصل الثاني من هذه الدراسة تم تناول الدراسات السابقة وعرضها ضمن المحاور الآتية: تحليل المناهج الدراسية في ضوء معايير (NCTM)؛ إثراء المناهج الدراسية؛ وحل المشكلات.

1.2.2 المحور الأول: دراسات تتعلق بتحليل المناهج الدراسية في ضوء معايير (NCTM).

أجريت العديد من الدراسات التي تناولت تحليل كتب الرياضيات المدرسية في ضوء مجال أو أكثر من مجالات معايير المحتوى والعمليات التي حددها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM).

في السياق المحلي، اهتمت بعض الدراسات بتحليل معايير المحتوى الخمسة المتضمنة في الكتب المدرسية ولم تتطرق إلى معايير العمليات في ضوء المعايير التي وضعها (NCTM)، وتناولت بعض الدراسات صفوف دنيا كما في دراسة كرزون (2019)، والتي هدفت إلى تحديد مدى توافر معايير المحتوى التي حددها (NCTM) في مجالات المحتوى الخمسة وهي: (الأعداد والعمليات، الجبر، الهندسة، القياس، والبيانات والاحتمالات)، في محتوى كتب الرياضيات المدرسية الفلسطينية للصفوف الثالث والرابع والخامس الأساسية المقررة للعام الدراسي (2018–2019) بجزأيها الأول والثاني لكل صف، وقد أظهرت نتائج الدراسة أن محتوى الكتب المدرسية للصفوف (3–5) حققت (79) مؤشرا من أصل (96) مؤشرا تم اشتقاقها من معايير (NCTM)، ولم يتم التطرق إلى (17) مؤشرا منها، وقد اقترحت الباحثة إجراء المزيد من الدراسات لمعرفة مدى توفر معايير (NCTM) في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للصفوف الأخرى.

وتناولت بعض الدراسات صفوف عليا، كالدراسة التي قامت بها خوجة (2019)، والتي هدفت إلى التعرف على مدى تضمين محتوى كتاب الرياضيات المدرسي الفلسطيني للصف العاشر بجزأيه الأول والثاني على معايير (NCTM) الخاصة بالمحتوى، فقد بينت الدراسة عدة نتائج، كان من بينها نتائج تتعلق بمحتوى الهندسة وهي أن معظم المعايير متوفرة تماما في جزأي كتاب الرياضيات للصف العاشر باستثناء المعيار الرابع والأخير من المعايير الأربعة الرئيسية الخاصة بمحتوى الهندسة وهو (استخدام التصور الذهني والاستدلال المكاني لحل المشكلات الرياضية)،

والذي لم يظهر فيه سوى مؤشرين في كل جزء من جزأي الكتاب المدرسي من أصل ستة مؤشرات، وقد أوصت الدراسة بإعادة النظر في مواطن الضعف في كتاب الرياضيات للصف العاشر، والعمل على معالجتها، بالإضافة إلى تعزيز نقاط القوة.

وهناك العديد من الدراسات المحلية أيضا اهتمت بإجراء مقارنة بين المنهاج الفلسطيني ومناهج أخرى في ضوء معايير (NCTM)، كالدراسة التي قامت بها بدر (2020)، والتي هدفت إلى إجراء مقارنة بين المحتوى الهندسي للمناهج الفلسطينية والاسرائيلية للصفوف (6–8) ومعرفة مدى تحقيق كل منهما لمعايير (NCTM)، وقد أظهرت الدراسة عدة نتائج أهمها أن الكتب الفلسطينية حققت درجة منخفضة أو معدومة من المعايير الثلاث الأولى من أصل أربعة معايير رئيسية وهذه المعايير الثلاث هي: (المعيار الأول المرتبط بتحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية، والمعيار الثاني المرتبط بتحديد العلاقات المكانية باستخدام الهندسة الإحداثية، والمعيار الثالث المرتبط بتطبيق التحويلات الهندسية)، أما المعيار الرابع والأخير وهو: (استخدام التصور الذهني والاستدلال المكاني لحل المشكلات الرياضية) والذي تحقق بدرجة متوسطة، وتظهر نتائج المقارنة تفوق المحتوى الإسرائيلي على المحتوى الفلسطيني في تقديمه للمعيار الأول، بينما المعايير الثلاثة الأخرى قدمت بدرجات متساوية في محتوى الكتب المستهدفة، وقد أوصت الدراسة بوجوب بإعادة النظر في المناهج الفلسطينية وتطويرها بما يحقق معايير المحتوى الهندسي (NCTM, 2000).

وفي دراسة مقارنة أخرى، قامت عباد (2021) بإجراء دراسة هدفت إلى مقارنة مدى تضمين المحتوى الهندسي في كتب الرياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للمرحلة (6–8) في ضوء معايير (NCTM)، وقد أظهرت النتائج أن تضمين معيار (NCTM) للتمثيل الرياضي قد جاء متوسطا بمعدل (0.37) في المحتوى الفلسطيني، مقابل (0.38) في البريطاني، كما وأظهرت النتائج عدم انسجام كل من الكتب الفلسطينية والبريطانية مع نموذج ليش (Lesh)، حيث ركز محتواها على التمثيلات اللفظية والرمزية والصور والأشكال، وضعف أو انعدم التركيز في تمثيلات المواقف الحياتية، وقد أوصت الدراسة القائمين على وضع المناهج الفلسطينية بإعادة النظر في العمليات المتضمنة في المحتوى الهندسي.

وفي الأردن، قام الباحثان عليات والدويري (2015) بإجراء دراسة هدفت إلى تحليل محتوى الهندسة في كتب الرياضيات المدرسية للصفين التاسع والعاشر في ضوء معايير (NCTM)، وقد أظهرت نتائج الدراسة أن معيار محتوى الهندسة الرئيسي الأول المرتبط بتحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية، قد حاز فيما يخص توافره في كتابي الرياضيات على أعلى نسبة وهي: (64.21%، 69.68%) للصفين التاسع والعاشر على التوالي، أما المعيار الثالث من المعايير الأربعة الرئيسية، والمرتبط بتطبيق التحويلات الهندسية فقد تحقق بأدنى نسبة، وتبلغ (5.05%، 0.47%) على التوالي بالنسبة للصفين التاسع والعاشر على التوالي، وقد أوصت الدراسة بضرورة تضمين المواقف الحياتية واليومية في كتب الرياضيات المدرسية، وبالأخص في

وحدات الهندسة، حتى يدرك الطالب مدى الفائدة التي توفرها الهندسة وتطبيقاتها في حياته اليومية.

وفي المملكة العربية السعودية، قام الباحثان حسانين والشهري (2013) بإجراء دراسة هدفت إلى استقصاء مدى توافق محتوى كتب الرياضيات للصفوف (3-5) مع معايير (NCTM) في مجالات المحتوى الخمسة وهي: (الأعداد والعمليات، الجبر، الهندسة، القياس، والبيانات والاحتمالات)، وقد أظهرت النتائج أن محتوى كتب الرياضيات (3-5) تتوافق بنسب (93.3%) مع معايير (NCTM) حيث يحقق محتوى الكتب المدرسية للصفوف المذكورة (59) مؤشرا من مؤشرات المعايير، بينما لم يحقق المحتوى (4) مؤشرات فرعية، أي بنسبة (6.3%) في مجالات المحتوى الخمسة.

وفي دراسة إيرانية قام بها الباحثان ريحاني وإيزادي (Reyhani & Izadi, 2018)، هدفت إلى مقارنة محتوى كتب الرياضيات المدرسية للصف الأول الابتدائي المعتمدة في إيران (النسخة القديمة والنسخة المطورة) واليابان والولايات المتحدة الأمريكية (ولاية كاليفورنيا)، بناء على معايير المحتوى ومعايير العمليات التي وضعها (NCTM)، وقد تم إجراء الدراسة باستخدام أسلوب تحليل المحتوى المقارن، ووفقا لنتائج الدراسة فإنه لم يتم التعامل مع معايير الاستدلال والبرهان (وهو أحد معايير العمليات الخمسة) في الكتب المدرسية اليابانية وكذلك في الإصدارات القديمة والحديثة من الكتب المدرسية المستخدمة في إيران، أي أن نسبة توافر الاستدلال والبرهان بلغت (0%) في الكتب الثلاثة، أما بالنسبة لمعيار التواصل (مهارة التواصل مع الآخرين وشرح

الأمور لهم)، فإن الكتاب الإيراني الجديد حاز على أقل تكرار، أما الكتاب الياباني فيعتبر أن معيار التواصل هو الأداة المناسبة لخلق الاهتمام بالرياضيات، وتحفيز الأنشطة الإبداعية للطلاب باستخدام الأنشطة التشاركية، وقد أوصت الدراسة بعدة أمور منها زيادة استخدام معيار الاستدلال والبرهان في كتب الرياضيات المدرسية الإيرانية.

2.2.2 المحور الثاني: دراسات تتعلق بحل المشكلات.

أكد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) على أن حل المشكلات من أهم أهداف تعليم الرياضيات المدرسية، ويعد التركيز على حل المشكلات معيار هام للحكم على جودة برامج تعليم الرياضيات وتعلمها من الروضة وحتى الصف الثاني عشر (NCTM, 2000).

لقد بلغ الاهتمام بحل المشكلات في تعلم وتعليم الرياضيات أوجه عندما أوصى المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) في مؤتمره المنعقد عام (2003) بضرورة زيادة التركيز على حل المشكلات الرياضية في جميع المستويات واعتبارها من أبرز معايير القرن الحادي والعشرين (الديب والخزندار، 2007).

محليا، قام الباحثان الديب والخزندار (2007) بإجراء دراسة هدفت إلى التعرف على مستوى جودة المناهج الفلسطينية في حل المشكلات الرياضية في ضوء المعايير العالمية، حيث تم استخدام (18) معيار عالمي لحل المشكلات النمطية وغير النمطية، وقد تم تحليل كتابي

الرياضيات للصف السادس الأساسي للتأكد من مدى توافر هذه المعايير، وقد أشارت نتائج الدراسة إلى توافر بعض المعايير مثل النماذج الهندسية لحل المشكلات الرياضية في مجالات الرياضيات، وندرة توافر معايير حل المشكلات غير النمطية مثل نمذجة مواقف تشتمل على عمليات حسابية وتطبيقات رياضية في بيئات خارج الرياضيات، وقد أوصت الدراسة بضرورة التركيز على جوانب تعلم حل المشكلات الرياضية في جميع مراحل التعليم.

وفي الأردن، قام الباحث نجم (2016) بدراسة هدفت إلى الكشف عن أثر استخدام أسلوب حل المشكلات في تدريس الرياضيات في تنمية الحس العددي لدى طلبة الصف الخامس الأساسي، وقد تكونت عينة الدراسة من (175) طالبا وطالبة موزعين على أربعة شعب، شعبتان إحداهما للذكور والأخرى للإناث تمثلان المجموعة الضابطة، وشعبتان أخريان أيضا إحداهما للذكور والأخرى للإناث تمثلان المجموعة التجريبية، حيث درست المجموعات التجريبية باستخدام أسلوب حل المشكلات، بينما درست المجموعات الضابطة بالطريقة التقليدية، وقد أشارت نتائج الدراسة إلى الأثر الإيجابي لاستخدام أسلوب حل المشكلات في تدريس الرياضيات في تنمية الحس العددي، وذلك لدى كل من الطلبة الذكور والإناث، وتفوقه على الطريقة التقليدية في التدريس، وقد أوصت الدراسة بتوظيف أسلوب حل المشكلات في تعليم وتعلم مادة الرياضيات، وذلك من خلال تقديم الموضوعات الرياضية في صورة مشكلات رياضية وحياتية تطبيقية، كما أوصت بإجراء المزيد من الدراسات التي تتناول أثر استخدام أسلوب حل المشكلات على متغيرات أخرى مثل التحصيل والاتجاهات والتفكير، ولصفوف دراسية مختلفة.

وفي دولة الكويت، قام الشمري (2012) بإجراء دراسة هدفت إلى التعرف على الصعوبات التي تواجه طلبة الصف التاسع المتوسط في حل المشكلات الرياضية اللفظية من وجهة نظر المعلمين، وقد تكون مجتمع الدراسة من (2216) معلم ومعلمة، وتم اختيار عينة الدراسة بطريقة عشوائية وقد بلغت (220) معلما ومعلمة، وقد تم استخدام الاستبانة كأداة لجمع البيانات، ومن بين نتائج الدراسة أن الصعوبات تتمثل في صعوبات قراءة وفهم المشكلة الرياضية اللفظية؛ وصعوبات التخطيط لحل المشكلة الرياضية اللفظية؛ وصعوبات تمثيل أو ترجمة المشكلة الرياضية اللفظية؛ وصعوبات التأكد من صحة الحل، وقد قدمت الدراسة عدة توصيات منها مراجعة المشكلات الرياضية اللفظية الواردة في الكتاب المدرسي في ضوء ما تم تحديده من صعوبات، وكذلك أوصت بزيادة ارتباط المشكلات الرياضية اللفظية المقدمة في الكتاب المدرسي بواقع حياة الطلبة.

وفي السودان، قام الباحثان الحسن وعبد العزيز (2015) بإجراء دراسة هدفت إلى تقصي أثر التعلم الإلكتروني على تنمية مهارة حل المشكلات في تدريس الرياضيات، وقد تكون مجتمع الدراسة من طلاب المستوى الأول في كلية التربية بجامعة الخرطوم، وقد تكونت عينة الدراسة التي تم اختيارها بشكل قصدي من (60) طالبا من الطلبة المسجلين في مساق (التفاضل والتكامل 2)، وقد تم تقسيم عينة الدراسة إلى مجموعتين تجريبية وضابطة، وقد أشارت الدراسة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مهارة حل المشكلات ككل والمهارات الجزئية المتضمنة؛ مثل تحديد المشكلة

وربطها بالمعلومات السابقة، وذلك لصالح المجموعة التجريبية، وقد أوصت الدراسة بإعادة النظر في استراتيجيات التدريس المتبعة في النظام التربوي السوداني.

وفي الباكستان، قام الباحث بيرفين (Perveen, 2010) بإجراء دراسة هدفت إلى تحديد أثر أسلوب حل المشكلات على التحصيل الأكاديمي لدى طلبة الرياضيات في المرحلة الثانوية، تكون مجتمع الدراسة من جميع طلبة المرحلة الثانوية، وتكونت عينة الدراسة من طلاب الصف العاشر من مدرسة روالبندي (Rawalpindi) الثانوية الحكومية الباكستانية للبنات، وهن (48) طالبة، تم تقسيمهن بالتساوي إلى مجموعة تجريبية وأخرى ضابطة على أساس الاختبار القبلي، ثم تم إجراء اختبار بعدي للمجموعتين التجريبية والضابطة، وقد أظهرت نتائج الدراسة تفوق المجموعة التجريبية بشكل ملحوظ، أي أن الطالبات اللواتي تم تدريسهن من خلال نهج حل المشكلات أظهرن إنجازًا أفضل بكثير مقارنة بالمجموعة الضابطة التي تم تدريسها بالطريقة التقليدية.

وفي الولايات المتحدة الأمريكية، قام جيتندرا وآخرون (Jitendra et al., 2010) بإجراء دراسة هدفت إلى تقييم مدى التزام كتاب الرياضيات المدرسي للصف الثالث الابتدائي، ومدى التزام السلوك التربوي لأربعة معلمات في مدرسة ابتدائية واحدة بمعايير العمليات الصادرة عن (NCTM) وذلك في حل المشاكل الكلامية والاستدلال عليها والتواصل والاتصال بها وتمثيلها، وقد تم استخدام تحليل المحتوى والمراقبة المباشرة للوصول إلى أهداف الدراسة، وتم أيضا قياس تحصيل الطلاب ومواقفهم تجاه الرياضيات، وتشير نتائج الدراسة إلى أن الكتاب المدرسي قدم

للطلاب فرصا للتحقق من النتائج ولكن ليس لتبريرها، كما قدم الكتاب المدرسي فرصا لحل المشكلات بسياقات العالم الحقيقي إلى حد ما ولكنه لم يوفر فرصا لإجراء اتصالات بين الأفكار الرياضية، كما تشير النتائج إلى أن تحسين تحصيل الطلبة لا يشمل فقط تغيير الممارسات التعليمية، ولكن يشمل أيضا معالجة الكتب المدرسية المستخدمة في تقديم التعليم.

3.2.2 المحور الثالث: دراسات تتعلق بإثراء المناهج الدراسية.

تبرز الحاجة إلى أنشطة الإثراء الرياضي من خلال المخاوف المستمرة والمتعلقة باتجاهات الطلبة نحو مادة الرياضيات، حيث أن الطلبة يشعرون بأن الرياضيات مملة ولا تتصل بواقع حياتهم اليومية، كما أنهم يحرزون علامات منخفضة نسبيا بسبب الصعوبة النسبية للمادة؛ وانخفاض جودة تعليم الرياضيات؛ وفشل المناهج الرياضية في إثارة اهتمام الطلبة وتوفير الدافعية المناسبة لديهم (Santos & Barmby, 2010).

محليا، قامت الباحثة حلس (2010) بإجراء دراسة هدفت إلى إثراء وحدة الدائرة التحليلية الفراغية من كتاب الرياضيات للفصل الدراسي الأول من المنهاج الفلسطيني للصف الحادي عشر العلمي بمهارات التفكير الاستدلالي، واستقصاء أثر هذا الإثراء على تحصيل الطالبات، حيث قامت الباحثة بتحليل محتوى الوحدة بداية لينتج أن هناك ثلاثة مهارات من مهارات التفكير الاستدلالي

وهي: (مهارة الاستقراء؛ ومهارة الاستنباط، ومهارة الاستنتاج) تتواجد في المنهج بشكل ضعيف، لذا تم إثراء الوحدة بهذه المهارات الثلاث، وقد تم اختيار إحدى المدارس الثانوية كميدان لتطبيق الدراسة، ولتحقيق هدف الدراسة تم إتباع المنهج التجريبي، حيث تكونت المجموعة التجريبية من (30) طالبة، في حين تكونت المجموعة الضابطة من (29) طالبة، وقد أشارت نتائج الدراسة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط درجات الطالبات في المجموعتين الضابطة والتجريبية لصالح طالبات المجموعة التجريبية، وقد أوصت الدراسة بضرورة زيادة الاهتمام بالأنشطة الإثرائية، وتدريب المعلمين على إعداد هذه الأنشطة.

وفي الأردن، قام الباحث نجادات (2014) بإجراء دراسة هدفت إلى تطوير وحدة دراسية في الهندسة الإحداثية من كتاب الرياضيات للصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني الأمريكي (NCTM) وحوسبتها وتقصي أثرها على تحصيل الطلبة، ولتحقيق هذا الهدف تم استخدام المنهج شبه التجريبي، وقد تكونت عينة الدراسة من (180) طالبا منهم (90) طالبا من الذكور، و(90) طالبة من الإناث في مدرستين إحداهما للذكور والأخرى للإناث من مدارس مدينة عمان، وقد توزعت عينة الدراسة على ستة شعب وقسمت عشوائيا لثلاث مجموعات، درست المجموعة التجريبية الأولى باستخدام الوحدة المطورة وفق معايير (NCTM)، ودرست المجموعة التجريبية الثانية باستخدام الوحدة المطورة بعد حوسبتها باستخدام برنامج العروض التقديمية (Power Point)، في حين درست المجموعة الثالثة (الضابطة) بالطريقة التقليدية،

وقد أشارت نتائج الاختبار التحصيلي في الهندسة الإحداثية وجود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعتين التجريبيتين.

وفي جمهورية مصر العربية، قام الباحث مرسال (2017) بإجراء دراسة هدفت إلى تصميم عدد من الأنشطة الإثرائية في ضوء برنامج جيوجيبرا واستخدام هذه الأنشطة في إكساب تلاميذ الصف السادس الابتدائي المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية، وقد كانت هذه الأنشطة الإثرائية مرتبطة بمحتوى الوحدة الثالثة (الهندسة والقياس) من الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي (2015/ 2016)، وقد تم استخدام المنهج التجريبي لتحقيق هدف البحث، حيث تم اختيار صفين بطريقة عشوائية من إحدى المدارس في الإسكندرية ليمثل أحدهما المجموعة التجريبية والمكونة من (57) طالبا، ويمثل الصف الآخر المجموعة الضابطة والمكونة من (54) طالبا، وقد استغرق تطبيق الدراسة ثلاثة أسابيع، وقد أشارت نتائج الدراسة إلى وجود فروق ذات إحصائية بين متوسط علامات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في الاختبار البعدي (اختبار المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية) لصالح طلاب المجموعة التجريبية، أي أن الأنشطة الإثرائية المصممة وفق برنامج جيوجيبرا أكسبت طلاب المجموعة التجريبية معرفة رياضية مفاهيمية وإجرائية تفوق أقرانهم في المجموعة الضابطة، كما أنها أكسبتهم تصورات إيجابية حول البرمجية واستخدامها في تعلم الهندسة. وقد أوصت الدراسة بضرورة عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات حول كيفية استخدام برمجية جيوجيبرا في تعليم مادة الرياضيات بمواضيعها المختلفة.

وفي المملكة العربية السعودية، قام الباحث الرفاعي (2013) بإجراء دراسة هدفت إلى إثراء المناقشات الرياضية باستخدام مقاطع تعليمية من موقع "اليوتيوب" حول مساق مبادئ الرياضيات وأثره على التحصيل وحب الاستطلاع لدى طلاب البرامج التحضيرية – مسار العلوم الإنسانية بجامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية، وقد تم استخدام المنهج التجريبي لتحقيق هدف البحث، حيث تم اختيار مجموعتين من الطلاب بطريقة عشوائية؛ مجموعة تجريبية وعدد أفرادها (31) طالبة، وأخرى ضابطة وعدد أفرادها (33) طالبا، وقد تم استخدام ستة اختبارات تحصيل واستبيان لقياس حب الاستطلاع كأدوات للدراسة، حيث تم تطبيق هذه الأدوات قبل وبعد تدريس المقرر على مجموعتي الدراسة، وقد أشارت نتائج الدراسة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية في الاختبارات الستة وفي الاستبيان لصالح طلاب المجموعة التجريبية.

وفي الولايات المتحدة الأمريكية، قامت مكاليستر (McAllister, 2007) بإجراء دراسة هدفت إلى تقديم وحدة دراسية في مادة الرياضيات لطلبة الصف الثالث الابتدائي؛ بحيث تكون ملائمة للطلبة الموهوبين، كان موضوع الوحدة هو: "رحلة إلى عالم ديزني"، تتضمن الوحدة التعلم بالاكتشاف، ومفاهيم تتجاوز الأساسيات، ومهارات تأخذ الطلاب إلى مستوى أعلى من التفكير، حيث يقوم الطلاب بالتخطيط ليومهم في عالم ديزني ويتضمن ذلك استخدام البيانات المعطاة حول عالم ديزني والتي تستخدم لخلق مشاكل رياضية لأقرانهم لحلها، ويتضمن المشروع النهائي للوحدة حسابات رياضية عالية المستوى، وتحليل للبيانات، وحل المشكلات من خلال سيناريوهات مختلفة، وتضمين كل ذلك في عرض تقديمي، وقد تم إعطاء الوحدة إلى معلم

الفصل للقيام بتدريسها لمجموعة تجريبية من الطلبة الموهوبين (سميت مجموعة الإثراء) بواقع لقاء واحد أسبوعيا ولمدة ثلاثة أشهر، وقد أشارت نتائج الدراسة أن طلاب مجموعة الإثراء استطاعوا القيام بتصميم طريقتهم الخاصة للعثور على إجابات للمشكلات المعقدة، وكانوا يستخدمون مسارات متعددة للوصول إلى الحل، ومهارات تفكير عليا، وحل المشكلات ذات المستوى الأعلى من المستوى التقليدي المستخدم مع طلبة الصف الثالث في كتاب الرياضيات الرسمي، كما كان طلاب مجموعة الإثراء قادرون على العمل مع طلاب آخرين يتمتعون بقدرات مماثلة، وبالتالي فهم قادرون على مناقشة مستوى التفكير الرياضي الضخم مع أقرانهم الذين يفهمون طريقة تفكيرهم، وأخيرا تشير النتائج إلى أن طلاب مجموعة الإثراء استمتعوا بهذه الأنشطة التي سمحت لهم بالنمو خارج حدود الفصل الدراسي، وأوصت الدراسة بأنه عند تكرار هذه التجربة فإنه يجب توفر التواصل الجيد بين منسق المادة الإثرائية ومعلم الصف؛ بالإضافة إلى أنه من الضروري معرفة منسق المادة الإثرائية بالتاريخ الأكاديمي للطلاب ونقاط القوة والضعف لديهم رياضياً.

وفي جنوب إفريقيا، قام ويغينز وآخرون (Wiggins et al., 2017) بإجراء دراسة هدفت إلى رصد أثر تدريس مادة إثرائية تتعلق بالأعداد المركبة وبالتمثيل البصري لأصفار كثيرات الحدود على طلاب السنة الأولى المتفوقين أكاديميا في (مساق التفاضل والتكامل 1) في جامعة بريتوريا في الفصل الدراسي الأول، لقد تم إجراء امتحان قبلي لطلاب المساق والذين بلغ عددهم (1000) طالب وطالبة، ولكن الباحثين اختاروا مجموعتين إحداهما ضابطة والأخرى تجريبية

تتكون كل منهما من (19) طالبا من الذين حصلوا في الامتحان القبلي على علامة (70%) فأكثر، وبعد الانتهاء من تدريس المادة الإثرائية تم إجراء امتحان بعدي لجميع طلاب المساق، وقد أشارت نتائج الامتحان أن متوسط علامات جميع طلاب الفصل كانت (56.5%)، ومتوسط علامات المجموعة الضابطة بلغ (60.1%)، أما متوسط علامات المجموعة التجريبية فقد بلغ (65.3)، مع أن الفرق بين متوسط علامات المجموعتين الضابطة والتجريبية ليس ذا دلالة إحصائية إلا أن طلاب المجموعة التجريبية أحرزوا علامات أعلى من طلاب المجموعة الضابطة، ولكن من النتائج المثيرة للاهتمام في الدراسة أن الباحثين قاموا بتحليل نتائج استبيان تم توزيعه على طلاب المجموعة التجريبية لرصد اتجاهاتهم نحو مادة الرياضيات بعد أن خاضوا تجربة الإثراء، وكانت النتائج تشير إلى أن غالبية الطلاب اعتبروا أن تجربة الإثراء كانت حماسية وممتعة، كما أنهم كانوا فخورين بحل المسائل الصعبة بأنفسهم، كما أنهم شعروا بأنهم اكتسبوا فهما أفضل ومعرفة أوسع للأرقام المركبة، وأن الجلوس والصراع مع المشكلة وحلها هو أمر أساسي في إتقان موضوع ما.

4.2.2 تعقيب على الدراسات السابقة

سردت الباحثة الدراسات السابقة في ثلاث محاور، قامت أربع دراسات ضمن المحور الأول والذي يتعلق بتحليل المناهج الدراسية في ضوء معايير (NCTM)، بتحليل المناهج المدرسية

لتحديد مدى توافر المعايير التي حددها (NCTM) فيها، كدراسة كل من حسانين والشهري (2013)؛ خوجة (2019)؛ عليات والدويري (2015)؛ وكرزون (2019)، وقد أشارت نتائج هذه الدراسات إلى أن المناهج التي تم تحليلها تقع دون المستوى المطلوب بالنسبة للمعايير التي حددها (NCTM).

بينما قامت ثلاث دراسات بمقارنة المنهاج الدراسي المعتمد في الدولة محل الدراسة مع مناهج دراسية أجنبية من حيث مدى توافر معايير (NCTM) في كل منها كدراسة كل من بدر (2020)؛ عباد (2021)؛ وريحاني وإيزادي (Reyhani & Izadi, 2018).

وقد تنوعت دراسات المحور الثاني والذي يتعلق بحل المشكلات في أهدافها، فمنها من هدف إلى تحليل المنهج الفلسطيني في ضوء المعايير العالمية لحل المشكلات الرياضية كدراسة الديب والخزندار (2007)، ومنها من هدف إلى تقييم مدى التزام المنهاج والمعلمين بمعايير العمليات الصادرة عن (NCTM) بالنسبة لحل المشكلات الكلامية كدراسة جيتندرا وآخرون (Jitendra et al., 2010)، ومنها من هدف إلى التعرف إلى الصعوبات التي تواجه الطلبة في حل المشكلات الرياضية كدراسة الشمري (2012)، ومنها من هدف إلى تقصي أثر التعلم الإلكتروني على تنمية مهارة حل المشكلات كدراسة الحسن وعبد العزيز (2015)، ومنها من هدف إلى الكشف عن أثر استخدام أسلوب حل المشكلات في تدريس الرياضيات على تنمية الحس العددي كدراسة نجم (2016)، ومنها من هدف إلى الكشف عن أثر استخدام أسلوب حل المشكلات في تدريس الرياضيات على التحصيل الأكاديمي كدراسة بيرفين (Perveen,

2010). أما الدراسة الحالية فلا تتفق في هدفها مع أي من أهداف دراسات هذا المحور، حيث هدفت الباحثة من هذه الدراسة إلى تحليل وإثراء وحدة الدائرة بمعايير المحتوى للهندسة ومعايير عملية حل المشكلات في ضوء معايير (NCTM).

وقد وتنوعت دراسات المحور الثالث والذي يتعلق بإثراء المناهج الدراسية من حيث تناولها للمواضيع الرياضية التي قامت بإثرائها، حيث ارتبطت بعض دراسات هذا المحور بمواضيع رياضية أخرى غير الهندسة كدراسة كل من مكاليستر (McAllister, 2007)؛ الرفاعي (2013)؛ وويغينز وآخرون (Wiggins et al., 2017)، وارتبط البعض الآخر ارتباطا وثيقا بمادة الهندسة كدراسة كل من حلس (2010)؛ ونجادات (2014)؛ ومرسال (2017)، وتتفق الدراسة الحالية مع الدراسات الأخيرة هذه من حيث ارتباطها الوثيق بالهندسة؛ إذ أن الدراسة الحالية تتعلق بالدائرة وهو جزء لا يتجزأ من موضوع الهندسة.

5.2.2 موقع الدراسة الحالية من الدراسات السابقة

لقد استفادت الباحثة من الدراسات السابقة المتعلقة بتحليل المناهج فيما يخص اشتقاق بعض المؤشرات الفرعية من المعايير الرئيسة التي وضعها (NCTM) والخاصة بالمحتوى الهندسي وعملية حل المشكلات.

وقد لاحظت الباحثة وجود عدد كبير من الدراسات المحلية والتي اهتمت بمعايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)، إلا أن غالبية هذه الدراسات ركزت على عملية تحليل المناهج وفق معايير (NCTM)، ولم تركز على عملية الإثراء، كما أن موضوع الهندسة لم ينل قدرا كافيا من الاهتمام، وأن القليل من الدراسات تناولت تحليل الكتب الفلسطينية الجديدة المعمول بها منذ العام الدراسي (2017/ 2018)م.

وقد تميزت هذه الدراسة عن سابقاتها كونها أولى الدراسات (حسب علم الباحثة) التي تناولت تحليل وإثراء وحدة الدائرة في الكتب الفلسطينية الجديدة والمطبقة منذ العام الدراسي (2017/ 2018)م، كما تميزت هذه الدراسة أيضا باستخدامها لأداتي تحليل جديدتين (أداتي الدراسة الأولى والثانية)، حيث اعتمدتا على مؤشرات فرعية تم اشتقاقها من المعايير الرئيسية الأربعة التي وضعها (NCTM) للمحتوى الهندسي ولعملية حل المشكلات. كما تميزت هذه الدراسة أيضا بأنها قامت بإثراء وحدة الدائرة عن طريق اقتراح نشاط لكل مؤشر فرعي غير متواجد في الوحدة، وذلك بعد الرجوع إلى العديد من المناهج العربية والعالمية، وذلك في محاولة لجعل وحدة الدائرة في الكتاب الفلسطيني منسجمة تماما مع المعايير التي اقترحها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) فيما يتعلق بالمحتوى الهندسي وعملية حل المشكلات.

الفصل الثالث:

المنهجية وإجراءات الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى تحليل وإثراء محتوى وحدة الدائرة من المنهاج الفلسطيني للصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM). ولتحقيق هذا الهدف سعت الدراسة للإجابة على الأسئلة الرئيسية الأربعة الآتية:

1. ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بالمحتوى الهندسي والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟
2. ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بعملية حل المشكلات، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟
3. كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) للمحتوى؟
4. كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لعملية حل المشكلات؟

ويعرض هذا الفصل منهجية الدراسة؛ سياق الدراسة؛ أدوات الدراسة؛ صدق الأدوات؛ ثبات الأدوات؛ إجراءات الدراسة؛ وتحليل البيانات.

1.3 منهجية الدراسة

استندت هذه الدراسة إلى المنهج الكيفي (Qualitative methodology)، واستخدمت الباحثة تصميم تحليل المحتوى (Content Analysis)، كونه الأنسب لتحقيق هدفي الدراسة الأول والثاني اللذان يتضمنان تحليل وحدة الدائرة من المنهاج الفلسطيني للصف التاسع الأساسي في ضوء معايير (NCTM).

كما واستخدمت الباحثة المنهج البنائي، كونه الأنسب لتحقيق هدفي الدراسة الثالث والرابع اللذان يتضمنان إثراء وحدة الدائرة بالاعتماد على نتائج عملية التحليل.

يشير تشاندرا وشانج (Chandra & Shang, 2017) إلى أن المنهج البنائي يُستخدم تقريبًا مثل الفن، دون عرض توضيحي مفصل وواضح الخطوات لكيفية تحويل البيانات النوعية إلى نموذج أو آلية أو نظرية، والهدف من المنهج البنائي هو تفسير واستكشاف مفاهيم؛ آليات؛ عمليات؛ بنى جديدة؛ نماذج؛ ونظريات. وقد قامت أداتي الدراسة الثالثة والرابعة التي استخدمتهما الباحثة في هذه الدراسة بتوضيح آلية عملية الإثراء.

2.3 سياق الدراسة

ترتبط الهندسة ارتباطا وثيقا بالحياة اليومية، كما أنها جزءاً لا يتجزأ من مادة الرياضيات، ومما لا شك فيه أن هناك صعوبات متنوعة تواجه الطلبة في تعلم الرياضيات بشكل عام والهندسة

بشكل خاص. ومن خلال خبرة الباحثة في مجال التعليم وإدراكها لهذه الصعوبات، بالإضافة إلى إحساس الباحثة بضرورة إيلاء موضوع الدائرة مزيدا من الأهمية، فقد تم اختيار وحدة الدائرة والتي تتناول موضوع (الدائرة) من كتاب الفصل الثاني لمادة الرياضيات من المنهاج الفلسطيني للصف التاسع الأساسي. وفي الجدول رقم (1.3) الآتي وصف لدروس الوحدة التي تم اختيارها للتحليل والإثراء:

الجدول (1.3): **دروس وحدة الدائرة كما هي في المنهج الفلسطيني**

رقم الدرس	عنوان الدرس	الصفحات من الكتاب المقرر
9 – 1	الدائرة	96 – 92
9 – 2	الزوايا المركزية والزوايا المحيطية	102 – 97
9 – 3	الشكل الرباعي الدائري	106 – 103
9 – 4	تمارين عامة	108 – 107

ويوضح الجدول السابق بعض المعلومات العامة عن وحدة الدائرة وهي الوحدة التاسعة في كتاب الرياضيات المدرسي للصف التاسع الأساسي وبعنوان (الهندسة)، وتقع في الصفحات (92 – 108) وتتضمن ثلاثة دروس حول الدائرة، بالإضافة إلى درس رابع يتضمن فقط تمارين عامة حول الوحدة.

3.3 أدوات الدراسة

طورت الباحثة أربع أدوات لاستخدامهما في تحليل وإثراء محتوى وحدة الدائرة التي تم اختيارها من أجل تحقيق هدف الدراسة، وقد تم استخدام الأداتين الأولى والثانية لتحليل الوحدة في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى والعمليات، واستخدمت الأداتين الثالثة والرابعة لإثراء الوحدة اعتمادا على نتائج عملية التحليل.

والمقصود بأداة التحليل هو "الاستمارة التي يصممها الباحث لجمع البيانات ورصد معدلات تكرار الظواهر في المواد التي يحلل محتواها" (طعيمة، 2004، ص.187).

وقد أمكن توضيح الأدوات الأربعة التي تم استخدامها في هذه الدراسة كالآتي:

1.3.3 الأداة الأولى: تحليل محتوى وحدة الدائرة في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى:

هدفت الباحثة من وراء بناء أداة الدراسة الأولى إلى تحليل محتوى وحدة الدائرة في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى، لذلك فقد اعتبرت الباحثة أن جميع أنشطة التعلم وجميع الأسئلة الواردة في نهاية كل درس وفي نهاية الوحدة هي فقرات، وتم اعتبار الفقرة كوحدة تحليل.

وضع المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) عشرة معايير؛ خمسه منها للمحتوى، والخمسة الأخرى للعمليات. بالنسبة لمعايير المحتوى الخمسة، وهي: (الأعداد والعمليات؛ الجبر؛ الهندسة؛ القياس؛ وتحليل البيانات والاحتمالات)، فإن هذه الدراسة تهتم بموضوع الهندسة فقط، وذلك لاتفاق موضوع الهندسة مع سياق الدراسة.

وقد أشار المجلس إلى أن مجال الهندسة يتكون من أربعة معايير رئيسة وأخرى فرعية. أما المعايير الرئيسية الأربعة لفئة الصفوف (9–12) فيوضحها (NCTM, 2000) كالآتي:

1. تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية فيما بينها؛
2. تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات؛
3. تطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية؛
4. استخدم التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات.

ويوضح المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) أنه يتفرع من كل معيار رئيس عدد من المعايير الفرعية تسمى "مؤشرات"، وقد وضعت الباحثة – بعد الرجوع إلى الأدب التربوي ودراسة كل من مطر (2014) و بدر (2020) – لكل معيار رئيسي من المعايير الأربعة السابقة عددا من المؤشرات، وهذه المؤشرات موزعة كالآتي: (39، 11، 6، 7) للمعيار الرئيس الأول والثاني والثالث والرابع على الترتيب، وبالتالي يكون مجموع جميع المؤشرات للمعايير الرئيسة الأربعة هو (63) مؤشر، وقد خصت هذه المعايير الرئيسة والمؤشرات المتفرعة

منها موضوع الدائرة بالتحديد، وكونت الباحثة من مجموع هذه المؤشرات أداة التحليل الأولى والتي تمت من خلالها الإجابة على سؤال الدراسة الأول وهو: ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بالمحتوى (محتوى الهندسة بالنسبة للدائرة)، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟، ويتضمن الملحق رقم (1) أداة التحليل الأولى بصورتها النهائية.

2.3.3 الأداة الثانية: تحليل محتوى وحدة الدائرة في ضوء معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات

هدفت الباحثة من وراء بناء أداة الدراسة الثانية إلى تحليل محتوى وحدة الدائرة في ضوء معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات، لذلك فقد استهدفت الباحثة جميع المشكلات الواردة في أنشطة التعلم أو الأسئلة في نهاية كل درس أو الأسئلة في نهاية الوحدة لتحليلها.

حدد المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) خمس عمليات تساعد الطلبة على اكتساب المعرفة وتطبيقها وهي: حل المشكلات؛ التبرير والبرهان؛ التواصل؛ الترابط الرياضي؛ التمثيلات الرياضية، وقد تناولت الباحثة عملية واحدة فقط من هذه العمليات الخمسة وهي عملية حل المشكلات.

وقد وضع المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) عدة معايير رئيسة لحل المشكلات لفئة الصفوف (9–12)؛ حيث وضح المجلس أنّ على جميع الطلبة التمكن من القيام بما يأتي:

1. بناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة؛
2. حل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى؛
3. تطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات؛
4. ملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها.

وقد تم اعتماد النقاط الأربعة أعلاه كمعايير رئيسة في أداة التحليل الثانية التي قامت الباحثة ببنائها اعتمادا على القسم المتعلق بمعايير عملية حل المشكلات من وثيقة المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000).

وضح كراذول (Krathwohl, 2002) أن المعرفة أربعة أنواع، وهي:

1. المعرفة الحقائقية (Factual Knowledge)، تتضمن معرفة عناصر أساسية غير متصلة (أجزاء من المعلومات) التي يجب أن يعرفها مثل المصطلحات.
2. المعرفة المفاهيمية (Conceptual Knowledge)، وهي العلاقات الداخلية بين العناصر الأساسية، وتتضمن: معرفة التصنيفات والفئات؛ معرفة المبادئ والتعميمات؛ ومعرفة النظريات والنماذج.

3. المعرفة الإجرائية (Procedural Knowledge)، هي معرفة كيفية عمل شيء ما، وتأخذ شكل سلسلة أو تتابع من الخطوات (الخوارزميات)، وبينما تمثل المعرفة الحقائقية والمعرفة المفاهيمية ماذا من المعرفة، فإن المعرفة الإجرائية تهتم بكيف.
4. المعرفة فوق الذهنية أو ما وراء المعرفة (Metacognitive Knowledge)، وتتضمن الوعي بالذات، التأمل الذاتي، التنظيم الذاتي، ضبط تعلم الفرد، وكذلك الوعي والمعرفة حول المعرفة الشخصية.

وبناء على ما سبق فقد تم اشتقاق أربعة مؤشرات فرعية من المعيار الرئيسي الأول، وهي: المعرفة الحقائقية؛ المعرفة المفاهيمية؛ المعرفة الإجرائية؛ والمعرفة فوق الذهنية. وبعد الرجوع إلى دراسة كل من هلال (2010)؛ والشمري (2012)؛ فقد تم اشتقاق ثلاثة مؤشرات فرعية من المعيار الرئيسي الثاني، وخمسة مؤشرات فرعية من المعيار الرئيسي الثالث، وأربعة مؤشرات فرعية من المعيار الرئيسي الرابع، وبهذا يكون مجموع المؤشرات الفرعية يعادل (16) معيارا. وقد قامت هذه الأداة بالإجابة على سؤال الدراسة الثاني وهو: ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بعملية حل المشكلات، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟، ويتضمن الملحق رقم (2) أداة التحليل الثانية بصورتها النهائية.

3.3.3 الأداة الثالثة: الإثراء المقترح في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى

قامت الباحثة بتصميم أداة لإثراء وحدة الدائرة بالاعتماد على نتائج عملية التحليل المتعلقة بالمحتوى والتي تم التوصل إليها بعد استخدام الباحثة لأداة الدراسة الأولى، وبعد الرجوع إلى العديد من المناهج المدرسية في العالم، فقد تم اقتراح أنشطة إثرائية تتعلق بالدائرة تخص تلك المؤشرات التي وضّحت نتائج التحليل أنها غير متوافرة في الوحدة.

وقد أشارت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى إلى أن بعض المعايير الفرعية أو المؤشرات متضمن في وحدة الدائرة، والبعض الآخر غير متضمن، ويوضح الجدول (2.3) الآتي ذلك:

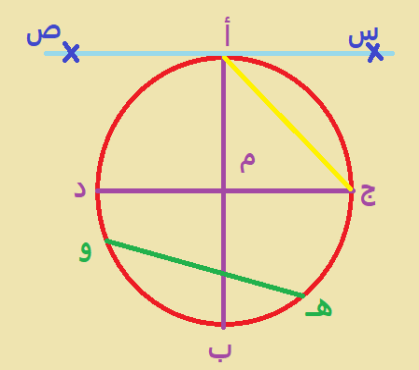
الجدول (2.3): **عدد المؤشرات المتضمنة وعدد المؤشرات غير المتضمنة في كل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة المتعلقة بمحتوى الهندسة.**

عدد المؤشرات / المعيار الرئيس	عدد المؤشرات المتوافرة في الوحدة	عدد المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة	عدد المؤشرات الكلي
المعيار الرئيس الأول	17	22	39
المعيار الرئيس الثاني	9	2	11
المعيار الرئيس الثالث	0	6	6
المعيار الرئيس الرابع	1	6	7
المجموع	27	36	63

يوضح الجدول (2.3) أن عدد المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة والتي تتعلق بمحتوى الهندسة يعادل (36) مؤشرا، وقد اعتمدت الباحثة على نتائج التحليل هذه لبناء أداة الدراسة الثالثة التي تناولت المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة تحديدا وعددها (36) مؤشرا، وبذلك تكوّنت أداة الدراسة الثالثة من أربعة معايير رئيسة و(36) مؤشرا فرعيا موزعة كالآتي: (22، 2، 6، 6) على المعايير الرئيسة الأول والثاني والثالث والرابع على الترتيب.

وفيما يأتي، يظهر الجدول (3.3) عينة من المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة.

الجدول (3.3): **عينة من المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة.**

رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة	
2.1	تحديد رمز الدائرة ونقطة المركز والأقطار والأوتار والأقواس في الدائرة.	أستخرج من الشكل الآتي مثالا على كل مما يأتي: أ. مركز الدائرة ب. قطر في الدائرة ت. وتر في الدائرة ث. قوس في الدائرة	 **الشكل(1.3):** أجزاء الدائرة.

ويظهر من الجدول (3.3)، أنه تم إثراء المؤشر الثاني من المعيار الرئيس الأول من معايير محتوى الهندسة، وهو المؤشر رقم (2.1)، وهذا يعني أن هذا المؤشر غير متوافر في وحدة الدائرة بحسب نتائج عملية التحليل، ولذلك تم إدراجه في الجدول المتعلق بأداة الدراسة الثالثة، من أجل اقتراح نشاط يساهم في عملية إثراء وحدة الدائرة في ضوئه.

وأجابت هذه الأداة بالإجابة على سؤال الدراسة الثالث وهو: كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) للمحتوى؟، ويتضمن الملحق رقم (3) أداة الدراسة الثالثة والتي توضح آلية عملية الإثراء في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى بالصورة النهائية.

4.3.3 الأداة الرابعة: الإثراء المقترح بالنسبة لحل المشكلات في ضوء معايير (NCTM)

قامت الباحثة بتصميم أداة لإثراء وحدة الدائرة بالاعتماد على نتائج عملية التحليل المتعلقة بعملية حل المشكلات والتي تم التوصل إليها بعد استخدام الباحثة لأداة الدراسة الثانية، وقد تم اقتراح مشكلات كان أغلبها من اجتهاد الباحثة تتعلق بالدائرة وتخص تلك المؤشرات التي وضّحت نتائج التحليل أنها غير متوافرة في الوحدة.

وقـد احتـوت الأداة الثانيـة علـى مجموعـه مـن المؤشـرات التـي أشـارت نتـائج التحليـل إلـى أن بعضـها متضـمن فـي وحـدة الـدائرة، والـبعض الآخـر غيـر متضـمن، ويوضـح الجـدول (4.3) الآتي ذلك:

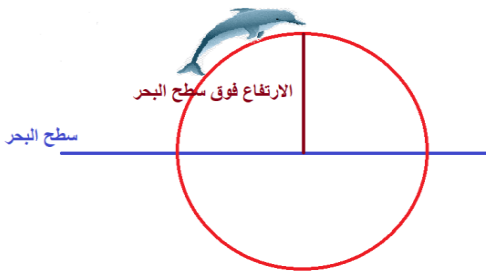
الجدول (4.3): **عدد المؤشرات المتضمنة وعدد المؤشرات غير المتضمنة في كل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة المتعلقة بعملية حل المشكلات.**

عدد المؤشرات / المعيار الرئيس	عدد المؤشرات المتوافرة في الوحدة	عدد المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة	عدد المؤشرات الكلي
المعيار الرئيس الأول	2	2	4
المعيار الرئيس الثاني	1	2	3
المعيار الرئيس الثالث	3	2	5
المعيار الرئيس الرابع	0	4	4
المجموع	6	10	16

يوضح الجدول (4.3) أن عدد المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة والتي تتعلق بعملية حل المشكلات يعادل (10) مؤشرات، وقد تم استهداف هذه المؤشرات تحديدا لتكوين أداة الدراسة الرابعة، وبذلك تكوّنت أداة الدراسة الرابعة من أربعة معايير رئيسة و(10) مؤشرات فرعية موزعة كالآتي: (2، 2، 2، 4) على المعايير الرئيسة الأول والثاني والثالث والرابع على الترتيب.

وفيما يأتي، يظهر الجدول (5.3) عينة من المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات.

الجدول (5.3): **عينة من المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات.**

رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.4	تتطلب المشكلة التأمل في معقولية الجواب.	إذا علمت أن نوعا من الدلافين يستطيع القفز فوق سطح الماء لارتفاع يصل إلى أربعة أمتار على الأكثر، وأنه تم تدريب هذا النوع من الدلافين لإكمال الدوران في دائرة نصفها فوق سطح الماء ونصفها الآخر تحته، كما هو موضح في الصورة أدناه. أجد ارتفاع قفزة الدولفين فوق سطح الماء في الحالات الآتية وأتحقق من معقولية الجواب في كل مرة: 1. صنع الدولفين دائرة مساحتها = 28.26م^2 2. صنع الدولفين دائرة مساحتها = 78.5 م^2 3. صنع الدولفين دائرة مساحتها = 0.785 م^2  **الشكل (2.3)**: قفزة الدولفين فوق سطح الماء.

ويظهر من الجدول (5.3)، أنه تم إثراء المؤشر الأول من المعيار الرئيس الرابع من معايير حل المشكلات، وهو المؤشر رقم (1.4)، وهذا يعني أن هذا المؤشر غير متوافر في وحدة الدائرة بحسب نتائج عملية التحليل، ولذلك تم إدراجه في الجدول المتعلق بأداة الدراسة الرابعة، من أجل اقتراح نشاط يساهم في عملية إثراء وحدة الدائرة في ضوئه.

وقد قامت هذه الأداة بالإجابة على سؤال الدراسة الرابع وهو: كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لعملية حل المشكلات؟، ويتضمن الملحق رقم (4) أداة الدراسة الرابعة والتي توضح آلية عملية الإثراء في ضوء معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات بالصورة النهائية.

4.3 صدق أدوات الدراسة (Validity):

"اشتقت كلمة الصدق (Validity) من الكلمة اليونانية (Validus) وتعني القوة" (الضامن، 2007، ص.115). ويقصد بصدق الأداة هو: "إلى أي درجة تقيس الأداة ما وضعت لقياسه" (الضامن، 2007، ص.112).

والهدف من صدق الأداة هو "أن تؤدي أداة البحث إلى الكشف عن الظواهر والسمات التي يجرى من أجلها البحث" (طعيمة، 2004، ص. 210).

وقد تم التحقق من صدق أدوات هذه الدراسة من خلال عرضها على عدد من المحكمين المتخصصين ذوو الخبرة، للتأكد من صدق الأدوات وملائمتها للأهداف التي وضعت من أجلها، وهم أستاذ يعمل في كلية التربية في جامعة بيرزيت؛ بالإضافة إلى ثلاث معلمات لمادة الرياضيات، وجميعهم يحملون شهادة الماجستير في أساليب تدريس مادة الرياضيات، حيث طلب منهم تحكيم أدوات الدراسة؛ والنظر في مدى ملائمة الفقرات لأهداف الدراسة؛ وارتباط المؤشرات الفرعية بالمعيار الرئيس، وقد تم تعديل أدوات الدراسة بناء على ملاحظات لجنة التحكيم لتظهر بصورتها النهائية في الملاحق (1)؛ (2)؛ (3)؛ (4) من هذه الدراسة.

5.3 ثبات أدوات التحليل (Reliability):

قامت الباحثة بتحليل محتوى وحدة الدائرة باستخدام أداتي الدراسة الأولى والثانية، ثم سعت الباحثة لحساب ما يسمى بالثبات الخارجي لعملية التحليل وذلك بالاستعانة بزميلة تعمل معلمة لمادة الرياضيات وتحمل شهادة الماجستير في أساليب تدريس الرياضيات لتحليل وحدة الدائرة من جهتها، ويظهر الملحق رقم (5) تحليل الباحثة وتحليل الزميلة المحللة جنبا إلى جنب فيما يتعلق بالمحتوى الهندسي بحسب معايير (NCTM)، كما يظهر الملحق رقم (6) تحليل الباحثة وتحليل الزميلة المحللة جنبا إلى جنب فيما يتعلق بعملية حل المشكلات في ضوء معايير (NCTM).

ويعني الثبات "الوصول إلى نفس النتائج مع إتباع نفس الإجراءات بصرف النظر عن المتغيرات الأخرى" (طعيمة، 2004، ص.206).

وللتحقق من ثبات أدوات التحليل، قامت الباحثة بحساب الثبات بين التحليلين وفق معادلة هولستي (Holsti's Equation) التي ورد ذكرها في طعيمة (2004، ص.226) وهي كالآتي:

$$R = \frac{2(C_{12})}{C_1 + C_2}$$

ولتوضيح الرموز المتضمنة في معادلة هولستي السابقة:

(R): معامل الثبات، وهو مأخوذ من كلمة (Reliability).

(C): الفئة، وهي مأخوذة من كلمة (Category).

(C_{12}): عدد الفقرات التي يتفق عليها الباحثان، أو الباحث في مرتي التحليل.

(C_1): عدد الفقرات في التحليل الأول.

(C_2): عدد الفقرات في التحليل الثاني.

وقد قامت الباحثة بصياغة معادلة هولستي بالطريقة الآتية:

$$\text{معامل الثبات} = \frac{\text{٢ * عدد الفقرات المتفق عليها بين التحليلين}}{\text{عدد فقرات التحليل الأول + عدد فقرات التحليل الثاني}}$$

وبالتالي فإن نسبة الثبات = معامل الثبات * 100%

ويوضح الجدول (6.3) الآتي معامل الثبات ونسبة الثبات عند تحليل وحدة الدائرة بالاستعانة بمحللة أخرى بما يخص محتوى الهندسة لكل معيار رئيس.

الجدول (6.3): **معامل الثبات ونسبة الثبات عند تحليل وحدة الدائرة بالاستعانة بمحللة أخرى بما يخص محتوى الهندسة لكل معيار رئيس.**

المعيار الرئيس	عدد فقرات التحليل الأول	عدد فقرات التحليل الثاني	عدد الفقرات التي تم الاتفاق عليها	معامل الثبات	نسبة الثبات
المعيار الرئيس الأول	42	33	32	0.853	85.3 %
المعيار الرئيس الثاني	19	18	16	0.865	86.5 %
المعيار الرئيس الثالث	0	0	–	–	–
المعيار الرئيس الرابع	2	1	1	0.667	66.7 %
المجموع	**63**	**52**	**49**	**0.852**	**85.2 %**

يوضح الجدول (6.3) أعلاه معامل الثبات ونسبة الثبات لكل معيار رئيس من المعايير الأربعة المتعلقة بتحليل محتوى الهندسة، كما يظهر معامل الثبات الكلي وهو معامل الثبات للتحليل

المتعلق بالأداة الأولى ويعادل (0.852) وبذلك تكون نسبة ثبات التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى فيما يتعلق بمحتوى الهندسة تعادل (85.2%).

كما يوضح الجدول (7.3) الآتي معامل الثبات ونسبة الثبات عند تحليل وحدة الدائرة بالاستعانة بمحللة أخرى بما يخص عملية حل المشكلات لكل معيار رئيس.

الجدول (7.3): **معامل الثبات ونسبة الثبات عند تحليل وحدة الدائرة بالاستعانة بمحللة أخرى بما يخص عملية حل المشكلات لكل معيار رئيس.**

المعيار الرئيس	عدد فقرات التحليل الأول	عدد فقرات التحليل الثاني	عدد الفقرات التي تم الاتفاق عليها	معامل الثبات	نسبة الثبات
المعيار الرئيس الأول	7	6	6	0.923	92.3 %
المعيار الرئيس الثاني	5	5	4	0.80	80 %
المعيار الرئيس الثالث	14	10	10	0.833	83.3 %
المعيار الرئيس الرابع	0	2	0	0	0 %
المجموع	**26**	**23**	**20**	**0.816**	**81.6 %**

يوضح الجدول (7.3) معامل الثبات ونسبة الثبات لكل معيار رئيس من المعايير الأربعة المتعلقة بعملية حل المشكلات، كما يظهر معامل الثبات الكلي وهو معامل الثبات للتحليل المتعلق بالأداة الثانية ويعادل (0.816) وبذلك تكون نسبة ثبات التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية فيما يتعلق بعملية حل المشكلات تعادل (81.6%).

6.3 إجراءات الدراسة

من أجل تحقيق هدف الدراسة قامت الباحثة بإتباع الإجراءات الآتية:

1. مراجعة معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لمحتوى الهندسة وعملية حل المشكلات للمرحلة (9-12).
2. دراسة محتوى وحدة الدائرة (الدائرة) في كتاب الرياضيات المدرسي للصف التاسع الأساسي.
3. مراجعة الأدب التربوي والدراسات السابقة ذات الصلة بموضوع هذه الدراسة.
4. إعداد أدوات الدراسة الأربعة (أداتي تحليل وأداتي إثراء).
5. التأكد من صدق الأدوات وذلك بعرضها على عدد من المحكمين ذوو الخبرة.
6. تحليل الباحثة لوحدة الدائرة في ضوء معايير (NCTM) باستخدام أداتي الدراسة الأولى والثانية في الدراسة الحالية.

7. قامت الباحثة بالتأكد من ثبات عملية التحليل وذلك من خلال الاستعانة بباحثة أخرى وهي معلمة لمادة الرياضيات وتحمل شهادة الماجستير في أساليب تدريس الرياضيات.
8. حساب التكرارات والنسب المئوية.
9. إثراء وحدة الدائرة باستخدام أداتي الدراسة الثالثة والرابعة في الدراسة الحالية.
10. مناقشة النتائج والخروج بعدد من التوصيات.

7.3 تحليل البيانات

تهدف عملية التحليل إلى استكشاف مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بالمحتوى؛ ومدى توافر معايير عملية حل المشكلات في وحدة الدائرة من المنهاج الفلسطيني للصف التاسع الأساسي المعتمد للعام الدراسي 2020/ 2021م.

بعد إعداد أدوات الدراسة، (وهي أربع أدوات: أداتين للتحليل وأداتين للإثراء)، قامت الباحثة بالتأكد من صدق الأدوات من خلال عرضها على محكمين من ذوي الخبرة ويحملون شهادة الماجستير في أساليب تدريس الرياضيات، ومن ثم تعديل أدوات الدراسة وفق تعليمات لجنة التحكيم.

ثم قامت الباحثة بدراسة وحدة الدائرة بعناية، ومن ثم تحليلها باستخدام أداتي الدراسة الأولى والثانية لاستكشاف مدى توافر معايير المحتوى للهندسة والتي أشار إليها المجلس الوطني

لمعلمي الرياضيات (NCTM)، بالإضافة إلى استكشاف مدى توافر المعايير الخاصة بعملية حل المشكلات، وقد تم اعتماد جميع أنشطة التعلم والأسئلة الواردة في نهاية كل درس وفي نهاية الوحدة، وتم اعتبارها كفقرات، واعتبار الفقرة كوحدة تحليل، وتم تفريغ نتائج التحليل في جداول خاصة أعدت لهذا الغرض.

بعد ذلك قامت الباحثة بالتأكد من ثبات عملية التحليل وذلك من خلال الاستعانة بمحللة أخرى تعمل معلمة لمادة الرياضيات وتحمل شهادة الماجستير في أساليب تدريس الرياضيات، وقد تم استخدام معادلة هولستي (Holsti's Equation) للتأكد من ثبات عملية التحليل حيث بلغت نسبة الثبات: (85.2%، 81.6%) في الأداة الأولى والأداة الثانية على الترتيب. أما بالنسبة للمعالجات الإحصائية، فقد استخدمت الباحثة التكرارات والنسب المئوية.

ثم تم إثراء الوحدة في ضوء نتائج تحليل البيانات، وقد تم إثراء الوحدة بما يتعلق بمعايير المحتوى الخاص بالدائرة، وكذلك بمعايير عملية حل المشكلات.

الفصل الرابع

نتائج الدراسة

تهدف الدراسة الحالية إلى تحليل وإثراء محتوى وحدة الدائرة من المنهاج الفلسطيني للصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM). ويتناول هذا الفصل عرضاً للنتائج التي توصلت إليها الدراسة، وتتمثل في الإجابة عن أسئلة الدراسة الأربعة؛ وذلك بعد تطبيق أدوات الدراسة من خلال تحليل الوحدة ثم إثرائها لتحقيق هدف الدراسة، وسيتضمن الفصل الحالي إجابة كل سؤال من أسئلة الدراسة الأربعة. وقد أمكن عرض النتائج كالآتي:

1.4 الإجابة عن سؤال الدراسة الأول

تمت في هذا البند الإجابة عن سؤال الدراسة الأول الذي ينص على:

"ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بمحتوى الهندسة، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟"

حيث تمت الإجابة عن هذا السؤال من خلال تحليل محتوى وحدة الدائرة في كتاب الرياضيات للصف التاسع الأساسي، من خلال رصد الفقرات البالغ عددها (63) فقرة والمتضمنة في الوحدة

وتصنيفها بحسب توافقها مع المعايير الرئيسة الأربعة ومؤشراتها التي اقترحها (NCTM) في مجال الهندسة، ثم حساب التكرار والنسبة المئوية لكل مؤشر، ومن ثم حساب التكرار والنسبة المئوية لكل من المعايير الرئيسة الأربعة التي تضم تلك المؤشرات.

وقد تم تقسيم الإجابة عن هذا السؤال ضمن أربعة مراحل وهي: (1) نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الأول المتعلق بتحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية؛ (2) نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الثاني المتعلق بتحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات؛ (3) نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الثالث المتعلق بتطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية؛ (4) نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الرابع المتعلق باستخدام التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات. وفيما يأتي توضيح للمراحل الأربعة:

1.1.4 نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة

يحتوي المعيار الرئيس الأول المتعلق بتحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية على (39) مؤشراً فرعياً، وقد تم حساب التكرار والنسبة المئوية لكل مؤشر منها.

ويوضح الجدول رقم (1.4) الآتي عملية التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى بالنسبة للمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة.

الجدول رقم (1.4) : **التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة**

المعيار الرئيس الأول: تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية.						
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
1.1	التعرف إلى مفهوم الدائرة (تعريف الدائرة).	1		92	1	2.4 %

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
2.1	تحديد رمز الدائرة ونقطة المركز والأقطار والأوتار والأقواس في الدائرة.				0	%0
3.1	استكشاف التماثل في الدائرة.				0	%0
4.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة ونقطة معينة تقع داخلها/ على محيطها/ خارجها.	7		100	2	4.8 %
		8		100		
5.1	تحديد الدوائر المتطابقة.				0	%0
6.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والخط المستقيم (يقطعها/ يمسها/ يقع خارجها).				0	%0
7.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة ودائرة أخرى (منفصلتان/ متقاطعتان/ متحدتان في المركز).				0	%0
8.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والأشكال الهندسية ثنائية الأبعاد الأخرى، كالعلاقة بين الدائرة والمثلث؛ الدائرة والمربع.				0	%0
9.1	التعرف إلى الزوايا المحيطية والزوايا المركزية.	1		97	2	4.8 %
		2		97		
10.1	استكشاف العلاقة الهندسية بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية المشتركتين في القوس نفسه.	3		98	2	4.8 %
		4		98		
11.1	استكشاف علاقة الزاوية المركزية بالقوس المقابل لها في الدائرة.				0	%0
12.1	استكشاف العلاقة بين الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على قوس واحد.	5		99	1	2.4 %

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
13.1	إيجاد قيمة الزاوية المركزية أو الزاوية المحيطية في الدائرة بناء على معطيات معينة.		1	101	14	33.3 %
			1.3	101		
			2.3	101		
			3.3	101		
			4	102		
			6	102		
			2.1	107		
			4.1	107		
			5.1	107		
			1.3	108		
			2.3	108		
			3.3	108		
			4	108		
			5	108		
14.1	إثبات أن قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة تساوي 90 درجة.		2	101	1	2.4 %
15.1	التعرف إلى الشكل الرباعي الدائري.	1		103	1	2.4 %

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
16.1	استكشاف العلاقة بين كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي الدائري.	2		103	1	2.4 %
17.1	إثبات أن مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري= 180°				0	%0
18.1	إيجاد قياس الزوايا المجهولة المتعلقة بالشكل الرباعي الدائري.	3		104	6	14.3 %
		4		104		
		7		105		
			2	106		
			3	106		
			3.3	108		
19.1	تحديد فيما إذا كان الشكل المعطى شكلا رباعيا دائريا أم لا.	5		104	3	7.1 %
			1.1	106		
			2.1	106		
20.1	إثبات أن قطر الشكل الرباعي الدائري المقابل لزاوية قائمة فيه يساوي قطر الدائرة.				0	%0
21.1	استكشاف العلاقة بين الشكل الرباعي الدائري والأشكال الهندسية الرباعية الأخرى كمتوازي الأضلاع والمعين والمربع.				0	%0
22.1	استكشاف العلاقة بين الزاوية الخارجة في الشكل الرباعي الدائري والزاوية الداخلية المقابلة لمجاورتها.	6		105	1	2.4 %

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
23.1	إثبات أن قطر الدائرة هو أكبر أوتارها طولا.				0	%0
24.1	استكشاف الخاصية: إذا أنزلنا عمودا من مركز الدائرة على الوتر، فإن هذا العمود ينصف هذا الوتر.				0	%0
25.1	استكشاف الخاصية: إذا وصلنا بين منتصف أي وتر في الدائرة ومركز هذه الدائرة فإن القطعة الناتجة تكون عمودية على هذا الوتر.				0	%0
26.1	استكشاف الخاصية: بأنه إذا أنشأنا عمودا من منتصف أي وتر في الدائرة، فإن هذا العمود يمر بمركز الدائرة.				0	%0
27.1	إثبات أنه إذا تساوى وتران في دائرة فإن بعديهما عن مركز هذه الدائرة متساويان.				0	%0
28.1	استكشاف خاصية أنه كلما اقترب الوتر من مركز الدائرة زاد طوله والعكس صحيح.				0	%0
29.1	إثبات أنه: إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر الثاني.				0	%0
30.1	التعرف على مفهوم مماس الدائرة	7		100	1	2.4 %
31.1	التعرف على مفهوم الزاوية المماسية	8		100	1	2.4 %

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
32.1	إيجاد قياس الزاوية المماسية		6	102	3	7.1 %
			7	102		
			5	108		
33.1	استكشاف خاصية أن المماس لدائرة يكون عموديا على نصف القطر عند نقطة التماس.				0	%0
34.1	استكشاف العلاقة بين موقع النقطة على محيط الدائرة أو خارجها بعدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها.				0	%0
35.1	استكشاف العلاقة بين المماسين المرسومين لدائرة من نقطة خارجها والزوايا الناتجة عن ذلك.				0	%0
36.1	إثبات أن المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متساويان.				0	%0
37.1	استكشاف العلاقة بين قياس الزاوية المماسية والزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس.	9		100	1	2.4 %
38.1	استكشاف العلاقة بين قياس الزاوية المماسية والزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس.	10		101	1	2.4 %
39.1	إثبات نظرية أن الزاوية المماسية تساوي الزاوية المحيطية المرسومة على الوتر في الجهة الأخرى.				0	%0
المجموع		19 نشاط	23 سؤال	–	42 تكرار/ فقرة	–

ونلاحظ من الجدول (1.4) أن المؤشر رقم (13.1) والذي ينص على: (إيجاد قيمة الزاوية المركزية أو الزاوية المحيطية في الدائرة بناء على معطيات معينة) قد تكرر (14) مرة؛ بنسبة مئوية تعادل (33.3%)، وهي أعلى نسبة تكرار من بين تكرارات مؤشرات المعيار الرئيس الأول، يليه المؤشر رقم (18.1) والذي ينص على: (إيجاد قياس الزوايا المجهولة المتعلقة بالشكل الرباعي الدائري)، والذي تكرر ستة مرات؛ بنسبة مئوية تعادل (14.3%)، يليه مؤشران اثنان تكرر كل منها ثلاث مرات بنسبة مئوية تعادل (7.1%) لكل منهما، وهذان المؤشران هما المؤشر رقم (19.1) الذي ينص على: (تحديد فيما إذا كان الشكل المعطى شكلا رباعيا دائريا أم لا)، والمؤشر رقم (32.1) الذي ينص على: (إيجاد قياس الزاوية المماسية)، يليه ثلاث مؤشرات تكرر كل منها مرتان فقط بنسبة مئوية تعادل (4.8%) لكل منها، وحاز عشرة مؤشرات على أقل نسبة تكرار بالنسبة للمؤشرات المتضمنة في الوحدة، والتي تكرر كل منها مرة واحدة فقط؛ بنسبة مئوية تعادل (2.4%) لكل منها، وقد انعدم توافر (22) مؤشرا من مؤشرات المعيار الرئيس الأول في وحدة الدائرة فيما يتعلق بالمحتوى الهندسي، وبهذا يكون المعيار الرئيس الأول بجميع مؤشراته قد حاز على (42) تكراراً، أي أنه يوجد في وحدة الدائرة (42) فقرة قد تكون كل منها (نشاطا أو سؤالا)، ويتعلق بأحد مؤشرات المعيار الرئيس الأول لمحتوى الهندسة.

2.1.4 نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الثاني من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة

يحتوي المعيار الرئيس الثاني المتعلق بتحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات على (11) مؤشراً فرعياً، وقد تم حساب التكرار والنسبة المئوية لكل مؤشر منها.

ويوضح الجدول رقم (2.4) الآتي عملية التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى بالنسبة للمعيار الرئيس الثاني من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة.

الجدول (2.4): **التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الثاني من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة**

المعيار الرئيس الثاني: تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات.						
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
1.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتمثيل الدائرة.				0	%0
2.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتحديد خصائص الدائرة مثل: المركز ونصف القطر والنقاط التي تقع على المحيط.				0	%0

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
3.2	التعرف إلى معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل.	2		93	1	5.3 %
4.2	إيجاد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل.		أ.1	96	1	5.3 %
5.2	التعرف إلى معادلة الدائرة التي مركزها نقطة مثل (د،هـ).	3		93	1	5.3 %
6.2	إيجاد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة مثل (د،هـ).		ب.1	96	2	10.5 %
			أ.2	107		
7.2	التعرف إلى معادلة الدائرة في الصورة القياسية.	4		94	1	5.3 %
8.2	إيجاد معادلة الدائرة بالصورة القياسية.	5		95	2	10.5 %
			ج.1	96		
9.2	تحديد فيما إذا كانت العلاقة المعطاة تمثل معادلة دائرة أم لا.		أ.3	96	5	26.3 %
			ب.3	96		
			ج.3	96		
			د.3	96		
			هـ.3	96		
10.2	حل المسائل التي تنطوي على معادلة الدائرة لإيجاد المركز ونصف القطر.		أ.2	96	5	26.3 %
			ب.2	96		
			ج.2	96		
			د.2	96		
			1.1	107		

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
11.2	توظيف الهندسة الإحداثية في حل مسائل خاصة بالدائرة في السياق الواقعي.		5	96	1	5.3 %
المجموع		4 أنشطة	15 سؤال	–	19 تكرار/ فقرة	–

ويتضح من الجدول (2.4) أن المؤشر رقم (9.2) والذي ينص على: (تحديد فيما إذا كانت العلاقة المعطاة تمثل معادلة دائرة أم لا)؛ والمؤشر رقم (10.2) والذي ينص على: (حل المسائل التي تنطوي على معادلة الدائرة لإيجاد المركز ونصف القطر)؛ قد تكرر كل منهما خمس مرات؛ بنسبة مئوية تعادل (26.3%)، وهي أعلى نسبة تكرار من بين تكرارات مؤشرات المعيار الرئيس الثاني، يليهما مؤشران آخران هما المؤشر رقم (6.2) والذي ينص على: (إيجاد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة مثل (د،هـ))، والمؤشر رقم (8.2) والذي ينص على: (إيجاد معادلة الدائرة بالصورة القياسية)؛ واللذان تكرر كل منهما مرتان اثنتان بنسبة مئوية تعادل (10.5%) لكل منهما، يلي ذلك خمسة مؤشرات حازت على أقل نسبة تكرار بالنسبة للمؤشرات المتضمنة في الوحدة، حيث تكرر كل منها مرة واحدة فقط بنسبة مئوية تعادل (5.3%) لكل منها، وقد انعدم توافر المؤشر رقم (1.2) والذي ينص على: (استخدام الإحداثيات الديكارتية

لتمثيل الدائرة)؛ والمؤشر رقم (2.2) والذي ينص على: (استخدام الإحداثيات الديكارتية لتحديد خصائص الدائرة مثل: المركز ونصف القطر والنقاط التي تقع على المحيط)، وبهذا يكون المعيار الرئيس الثاني قد حاز على (19) تكراراً، أي أنه يوجد في وحدة الدائرة (19) فقرة قد تكون كل منها (نشاطا أو سؤالا)، ويتعلق بأحد مؤشرات المعيار الرئيس الثاني لمحتوى الهندسة.

3.1.4 نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الثالث من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة

يحتوي المعيار الرئيس الثالث المتعلق بتطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية على ستة مؤشرات فرعية، ويوضح الجدول رقم (3.4) الآتي عملية التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى بالنسبة للمعيار الرئيس الثالث من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة.

الجدول (3.4): **التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيسي الثالث من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة**

المعيار الرئيس الثالث: تطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية.						
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
1.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانسحاب.				0	%0
2.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانعكاس.				0	%0
3.3	رسم الدائرة تحت تأثير الدوران.				0	%0
4.3	رسم الدائرة تحت تأثير التصغير.				0	%0
5.3	رسم الدائرة تحت تأثير التكبير.				0	%0
6.3	رسم الدائرة تحت تأثير اثنين أو أكثر من التحويلات الهندسية.				0	%0
المجموع		0 نشاط	0 سؤال	–	0 تكرار / فقرة	–

يتضح من الجدول (3.4) أن محتوى وحدة الدائرة في كتاب الرياضيات للصف التاسع الأساسي لم يحقق أي من مؤشرات المعيار الرئيسي الثالث، أي أن المعيار الرئيسي الثالث بجميع مؤشراته لم يتوافر في الوحدة.

4.1.4 نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة

يحتوي المعيار الرئيس الرابع المتعلق باستخدام التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات على سبعة مؤشرات فرعية، وقد تم حساب التكرار والنسبة المئوية لكل مؤشر فرعي منها.

ويوضح الجدول رقم (4.4) الآتي عملية التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى بالنسبة للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة.

الجدول (4.4): **التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة**

المعيار الرئيس الرابع: استخدام التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات.						
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
1.4	رسم الشكل الرباعي الدائري.				0	%0
2.4	رسم دائرة تمس أضلاع مثلث من الداخل.				0	%0
3.4	رسم دائرة تمر برؤوس المثلث.				0	%0
4.4	رسم مثلث متساوي الساقين داخل دائرة.				0	%0
5.4	رسم زاوية مركزية أو زاوية محيطية في الدائرة.				0	%0
6.4	رسم زاوية محيطية على قطر في الدائرة.				0	%0
7.4	استخدام الدائرة في مجالات الرياضيات الأخرى.		4	96	2	%100
			2.ب	107		
	المجموع	0 نشاط	2 سؤال	–	2 تكرار/ فقرة	–

يتضح من الجدول (4.4) أن المؤشر رقم (7.4) والذي ينص على: (استخدام الدائرة في مجالات الرياضيات الأخرى)؛ هو المؤشر الوحيد المتوافر في الوحدة، حيث تكرر مرتين اثنتين، على صورة سؤالين هما: (السؤال الرابع، والسؤال الثاني (الفرع ب)) في الكتاب المقرر في الصفحات: 96، 107 على الترتيب، بينما لم يتكرر أي من المؤشرات الستة الأخرى في الوحدة.

2.4 ملخص الإجابة عن سؤال الدراسة الأول

يتعلق سؤال الدراسة الأول بتحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص مجال الهندسة وفق المعايير التي أشار إليها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)، حيث وضح المجلس أن مجال الهندسة يتكون من أربعة معايير رئيسة، ويتفرع عن كل معيار رئيس عدد من المؤشرات، ويوضح الجدول رقم (5.4) الآتي عدد المؤشرات المتضمنة وتلك المؤشرات غير المتضمنة لكل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة:

الجدول (5.4): **عدد المؤشرات المتضمنة وتلك المؤشرات غير المتضمنة من معايير (NCTM) الرئيسة الأربعة لمحتوى الهندسة**

رقم المعيار	المعيار الرئيس	عدد المؤشرات الكلي	عدد المؤشرات المتضمنة في الوحدة	عدد المؤشرات غير المتضمنة في الوحدة	النسبة المئوية للمؤشرات المتضمنة في الوحدة	النسبة المئوية للمؤشرات غير المتضمنة في الوحدة
1	تحليل خصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية فيما بينها.	39	17	22	%43.6	%56.4
2	تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات.	11	9	2	%81.8	%18.2
3	تطبيق التحويلات واستخدام التناظر لتحليل المواقف الرياضية.	6	0	6	%0	%100
4	استخدام التصور والتفكير المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات.	7	1	6	%14.3	%85.7
المجموع		63	27	36		

ويوضح الجدول رقم (5.4) أعلاه أن المعيار الرئيس الثاني كان صاحب أكبر نسبة من المؤشرات المتضمنة في الوحدة، حيث تضمنت الوحدة تسعة مؤشرات من أصل (11) مؤشرا، وبنسبة مئوية تعادل (81.8%)، يليه المعيار الرئيس الأول، حيث تضمنت الوحدة (17) مؤشرا من أصل (39) مؤشرا، بنسبة مئوية تعادل (43.6%)، يليه المعيار الرئيس الرابع، حيث تضمنت الوحدة مؤشرا واحدا من أصل سبعة مؤشرات بنسبة مئوية تعادل (14.3%)، أما

المعيار الرئيس الثالث فقد جاء بالترتيب الأخير من حيث توافر مؤشراته في الوحدة، إذ أنه يتكون من ستة مؤشرات ولم يتوافر أيا منها في الوحدة.

ويوضح الجدول الآتي (6.4) عدد التكرارات المتعلقة بكل معيار رئيس من المعايير الرئيسة الأربعة:

الجدول (6.4): **التكرارات والنسب المئوية للمعايير الرئيسة الأربعة من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة**

رقم المعيار	المعيار الرئيس	عدد التكرارات لكل معيار	النسبة المئوية لكل تكرار
1	تحليل خصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية فيما بينها.	42	%66.7
2	تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات.	19	%30.2
3	تطبيق التحويلات واستخدام التناظر لتحليل المواقف الرياضية.	0	%0
4	استخدم التصور والتفكير المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات.	2	%3.2
	المجموع	63	%100

يظهر من الجدول (6.4) أن المعيار الرئيس الأول حاز على أعلى نسبة تكرارات حيث بلغت (42) تكراراً من أصل (63) تكراراً، بنسبة مئوية تعادل (66.7%)، يليه المعيار الرئيس الثاني الذي بلغت تكراراته (19) تكراراً بنسبة مئوية تعادل (30.2%)، يليه المعيار الرئيس الرابع الذي

بلغت تكراراته تكراران اثنان بنسبة مئوية تعادل (3.2%)، وفي المرتبة الأخيرة يأتي المعيار الرئيس الثالث الذي لم يحقق أي تكرار.

3.4 الإجابة عن سؤال الدراسة الثاني

تم في هذا البند عرض نتائج عملية التحليل المتعلقة بسؤال الدراسة الثاني الذي ينص على:

"ما مدى توافر معايير (NCTM) الخاصة بعملية حل المشكلات، والمتضمنة في وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي؟"

وقد تمت الإجابة عن هذا السؤال من خلال تحليل محتوى وحدة الدائرة المتعلقة بالدائرة في كتاب الرياضيات للصف التاسع الأساسي، من خلال رصد الفقرات البالغ عددها (26) فقرة والمتضمنة في الوحدة وتصنيفها بحسب توافقها مع معايير حل المشكلات التي اقترحها (NCTM)، ثم حساب التكرارات والنسب المئوية لكل مؤشر، ومن ثم حساب التكرارات والنسب المئوية لكل من المعايير الرئيسية الأربعة التي تضم تلك المؤشرات.

وقد تم تقسيم الإجابة على هذا السؤال ضمن أربعة مراحل وهي: (1) نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الأول المتعلق ببناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة؛ (2) نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الثاني المتعلق بحل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى؛ (3) نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة

فيما يخص المعيار الرئيسي الثالث المتعلق بتطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات؛ (4) نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الرابع المتعلق بملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها. وفيما يأتي توضيح للمراحل الأربعة:

1.3.4 نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات

يحتوي المعيار الرئيس الأول المتعلق ببناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة على أربعة مؤشرات فرعية، وقد تم حساب التكرار والنسبة المئوية لكل مؤشر.

ويوضح الجدول (7.4) الآتي عملية التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية بالنسبة للمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات.

الجدول (7.4): **التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات**

المعيار الرئيس الأول: بناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة.						
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
1.1	بناء معرفة حقائقية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.				0	0 %
2.1	بناء معرفة مفاهيمية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.	1		92	4	57.1 %
		1		97		
		1		103		
			4	106		
3.1	بناء معرفة إجرائية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.	5		95	3	42.9 %
			5	96		
		4		98		
4.1	بناء معرفة فوق ذهنية جديدة من خلال حل المشكلة.				0	0 %
المجموع		5 أنشطة	سؤالان اثنان	–	7 تكرار	–

يتضح من الجدول (7.4) أن المؤشر رقم (2.1) والذي ينص على (بناء معرفة مفاهيمية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة) قد تكرر أربعة مرات؛ بنسبة مئوية تعادل (57.1%)، وهي أعلى نسبة تكرار، يليه المؤشر رقم (3.1) والذي ينص على (بناء معرفة إجرائية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة)، والذي تكرر ثلاث مرات؛ بنسبة مئوية تعادل (42.9%)، وقد انعدم توافر المؤشران (1.1) و(4.1) في الوحدة، وبهذا يكون المعيار الرئيس الأول قد حاز على سبعة تكرارات، أي أنه يوجد في الوحدة سبعة فقرات، قد يكون كل منها (نشاطا أو سؤالا)، ويتعلق بأحد مؤشرات المعيار الرئيس الأول لعملية حل المشكلات.

2.3.4 نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الثاني من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات

يحتوي المعيار الرئيسي الثاني المتعلق بحل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى على ثلاثة مؤشرات فرعية، وقد تم حساب التكرار والنسبة المئوية لكل مؤشر.

ويوضح الجدول (8.4) الآتي عملية التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية بالنسبة للمعيار الرئيس الثاني من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات.

الجدول (8.4): **التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الثاني من معايير عملية حل المشكلات**

المعيار الرئيس الثاني: حل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى.						
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
1.2	حل مشكلات متعلقة بموضوعات رياضية أخرى.				0	0 %
2.2	توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل مشكلات في حقول معرفية أخرى.				0	0 %
3.2	توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل مشكلات من الحياة اليومية.	5		95	5	100 %
		4		98		
		6		99		
			5	102		
		5		104		
المجموع		4 أنشطة	سؤال واحد	–	5 تكرار / فقرة	–

يتضح من الجدول (8.4) أن المؤشر رقم (3.2) الذي ينص على: (توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل المشكلات من الحياة اليومية) هو المؤشر الوحيد المتوافر في الوحدة وقد تكرر خمس مرات؛ وقد انعدم توافر المؤشران (1.2) و(2.2) في الوحدة، وبهذا يكون المعيار الرئيس الثاني قد حاز على خمسة تكرارات، أي أنه يوجد في وحدة الدائرة خمس فقرات قد تكون كل منها (نشاطا أو سؤالا)، ويتعلق بأحد مؤشرات المعيار الرئيس الثاني لعملية حل المشكلات.

3.3.4 نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الثالث من معايير عملية حل المشكلات

يحتوي المعيار الرئيسي الثالث المتعلق بتطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات على خمسة مؤشرات فرعية، وقد تم حساب التكرار والنسبة المئوية لكل مؤشر.

ويوضح الجدول (9.4) الآتي عملية التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية بالنسبة للمعيار الرئيس الثالث من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات.

الجدول (9.4): **التكرارات والنسب المئوية للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الثالث من معايير عملية حل المشكلات**

المعيار الرئيس الثالث: تطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات.						
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
1.3	تتطلب المشكلة التعاون بين الطلبة والعمل مع الجماعة.				0	0 %
2.3	تتطلب المشكلة اقتراح طرق أو استراتيجيات أخرى للحل.				0	0 %
3.3	يمكن تجزئة المشكلة إلى مشكلات فرعية.	4		98	1	7.1 %
4.3	تتضمن المشكلة أكثر من مطلوب واحد.	1		92	5	35.7 %
		1		97		
		4		98		
		5		104		
			4	106		

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
5.3	تحتوي المشكلة على رسومات توضيحية أو جداول.	1		92	8	57.1 %
		5		95		
		1		97		
		4		98		
			5	102		
		1		103		
		5		104		
			4	106		
المجموع		11 نشاط	3 أسئلة	–	14 تكرار/ فقرة	–

يتضح من الجدول (9.4) أن المؤشر رقم (5.3) والذي ينص على (تحتوي المشكلة على رسومات توضيحية أو جداول) قد تكرر ثمان مرات بنسبة مئوية تعادل (57.1%)؛ وهي أعلى نسبة تكرار، يليه المؤشر رقم (4.3) والذي ينص على (تتضمن المشكلة أكثر من مطلوب واحد) خمس مرات بنسبة مئوية تعادل (35.7%)، يليه المؤشر رقم (3.3) والذي ينص على (يمكن تجزئة المشكلة إلى مشكلات فرعية) والذي تكرر مرة واحدة فقط بنسبة بلغت (7.1%)، أما المؤشران (1.3) و(2.3) فقد انعدم توافرهما في الوحدة، وبهذا يكون المعيار الرئيس الثالث

قد حاز على (14) تكراراً، أي أنه يتوافر في وحدة الدائرة (14) فقرة، قد تكون كل منها (نشاطا أو سؤالا)، ويتعلق بأحد مؤشرات المعيار الرئيس الثالث لعملية حل المشكلات.

4.3.4 نتائج تحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الرابع من معايير عملية حل المشكلات

يحتوي المعيار الرئيس الرابع المتعلق بملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها على أربعة مؤشرات فرعية وقد تم حساب التكرار والنسبة المئوية لكل مؤشر.

ويوضح الجدول (10.4) الآتي عملية التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية بالنسبة للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات.

الجدول (10.4): **نتائج التحليل بالنسبة للمؤشرات الخاصة بالمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات**

المعيار الرئيس الرابع: ملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها.						
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
		النشاط	السؤال			
1.4	تتطلب المشكلة التأمل في معقولية الجواب.				0	0 %
2.4	تتطلب المشكلة التأكد من صحة الحل.				0	0 %
3.4	تتطلب المشكلة توضيح الحل بالرسم أو تنظيم النتائج في جدول.				0	0 %
4.4	تتطلب المشكلة من الطالب تحديد المعطيات أو المعلومات الزائدة في المشكلة.				0	0 %
المجموع		0 نشاط	0 سؤال	–	0 تكرار/ فقرة	–

يتضح من الجدول (10.4) أن محتوى وحدة الدائرة في كتاب الرياضيات للصف التاسع الأساسي لم يحقق أي من مؤشرات المعيار الرئيسي الرابع، أي أن المعيار الرئيسي الرابع بجميع مؤشراته لم يتوافر في الوحدة.

4.4 ملخص الإجابة عن سؤال الدراسة الثاني

يتعلق سؤال الدراسة الثاني بتحليل محتوى وحدة الدائرة فيما يخص عملية حل المشكلات وفق المعايير التي أشار إليها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)، حيث وضح المجلس أن معايير عملية حل المشكلات تتكون من أربعة معايير رئيسة، ويتفرع عن كل معيار رئيس عدد من المؤشرات، ويوضح الجدول رقم (11.4) الآتي عدد المؤشرات المتضمنة وتلك المؤشرات غير المتضمنة لكل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة:

الجدول (11.4): **عدد المؤشرات المتضمنة وتلك المؤشرات غير المتضمنة من معايير (NCTM) الرئيسة الأربعة لعملية حل المشكلات**

رقم المعيار	المعيار الرئيس	عدد المؤشرات الكلي	عدد المؤشرات المتضمنة في الوحدة	عدد المؤشرات غير المتضمنة في الوحدة	النسبة المئوية للمؤشرات المتضمنة في الوحدة	النسبة المئوية للمؤشرات غير المتضمنة في الوحدة
1	بناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة.	4	2	2	%50	%50
2	حل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى.	3	1	2	%33.3	%66.7
3	تطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات.	5	3	2	%60	%40
4	ملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها.	4	0	4	%0	%100
	المجموع	16	6	10		

يظهر من الجدول (11.4) أعلاه أن المعيار الرئيس الثالث حاز على أعلى نسبة لتوافر المؤشرات الفرعية الخاصة به في الوحدة، حيث تضمنت الوحدة ثلاثة مؤشرات من أصل خمسة مؤشرات، وبنسبة مئوية تعادل (60%)، يليه المعيار الرئيس الأول، حيث تضمنت الوحدة مؤشران اثنان من أصل أربعة مؤشرات، وبنسبة مئوية تعادل (50%)، يليه المعيار الرئيس الثاني، حيث تضمنت الوحدة مؤشراً واحداً فقط من أصل ثلاثة مؤشرات، وبنسبة مئوية تعادل

(33.3%)، أما المعيار الرئيس الرابع فقد جاء بالترتيب الأخير من حيث توافر مؤشراته في الوحدة، إذ أنه يتكون من أربعة مؤشرات ولم يتوافر أيا منها في الوحدة.

ويوضح الجدول الآتي (12.4) عدد التكرارات المتعلقة بكل معيار رئيس من المعايير الرئيسة الأربعة:

الجدول (12.4): **التكرارات والنسب المئوية للمعايير الرئيسة الأربعة من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات**

رقم المعيار	المعيار الرئيس	عدد التكرارات لكل معيار	النسبة المئوية لكل تكرار
1	بناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة.	7	%26.9
2	حل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى.	5	%19.2
3	تطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات.	14	%53.8
4	ملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها.	0	%0
	المجموع	26	%100

يظهر من الجدول (12.4) أن المعيار الرئيس الثالث حاز على أعلى نسبة تكرارات حيث بلغت (14) تكراراً من أصل (26) تكراراً، بنسبة مئوية تعادل (53.8%)، يليه المعيار الرئيس الأول الذي حاز على سبعة تكرارات بنسبة مئوية تعادل (26.9%)، يليه المعيار الرئيس الثاني الذي

حاز على خمسة تكرارات بنسبة مئوية تعادل (19.2%)، وفي المرتبة الأخيرة يأتي المعيار الرئيس الرابع الذي لم يحقق أي تكرار.

5.4 الإجابة عن سؤال الدراسة الثالث

تم في هذا البند عرض نتائج عملية الإثراء المتعلقة بسؤال الدراسة الثالث الذي ينص على:

"كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) للمحتوى؟".

وقد تمت الإجابة عن هذا السؤال من خلال اقتراح أنشطة لإثراء محتوى وحدة الدائرة في كتاب الرياضيات للصف التاسع الأساسي، بالاعتماد على نتائج عملية التحليل التي تمت باستخدام أداة الدراسة الأولى، حيث تم اقتراح نشاط واحد لكل مؤشر من المؤشرات التابعة للمعايير الرئيسة الأربعة والتي أشارت نتائج التحليل باستخدام الأداة الأولى أنها غير متوافرة في الوحدة.

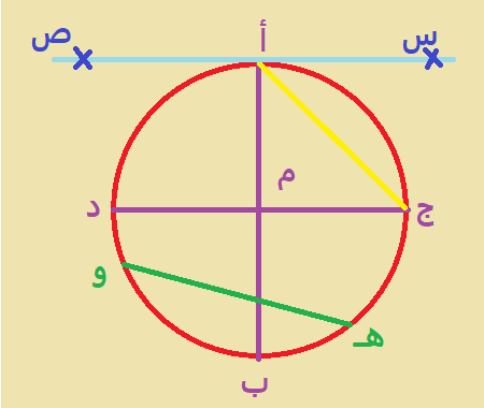
وقد تم تقسيم الإجابة عن هذا السؤال ضمن أربعة مراحل وهي: (1) إثراء وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الأول المتعلق بتحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية؛ (2) إثراء وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الثاني المتعلق بتحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات؛ (3) إثراء وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الثالث المتعلق بتطبيق

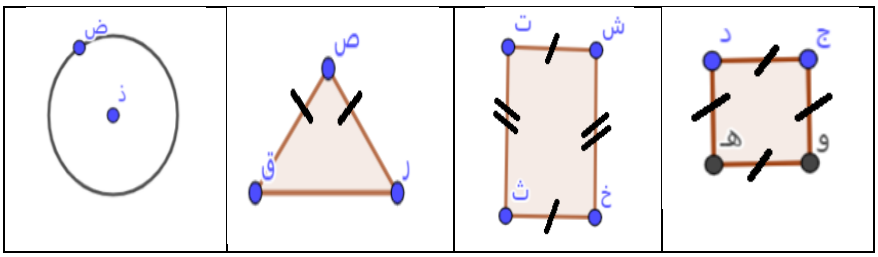
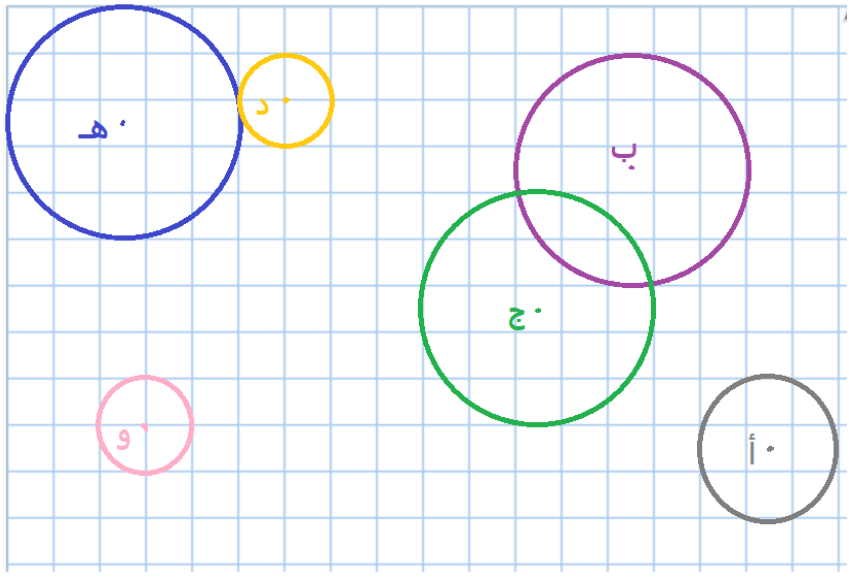
التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية؛ (4) إثراء وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الرابع المتعلق باستخدام التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات. وفيما يأتي توضيح للمراحل الأربعة:

1.5.4 المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة

يتكون المعيار الرئيس الأول لمحتوى الهندسة والمتعلق بتحليل خصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية فيما بينها من (39) مؤشرا، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى أن (22) مؤشرا منها لم يتوافر في الوحدة، وبهذا تكون نسبة المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة والتي تخص المعيار الرئيس الأول تعادل (56.4%) من مؤشراته، وبناء على نتائج التحليل هذه؛ تم إثراء محتوى وحدة الدائرة بإدراج نشاط واحد على الأقل لكل مؤشر من مؤشرات المعيار الرئيس الأول والتي أشارت نتائج التحليل إلى أنه غير متوافر في الوحدة، كما يظهر في الجدول رقم (13.4) الآتي:

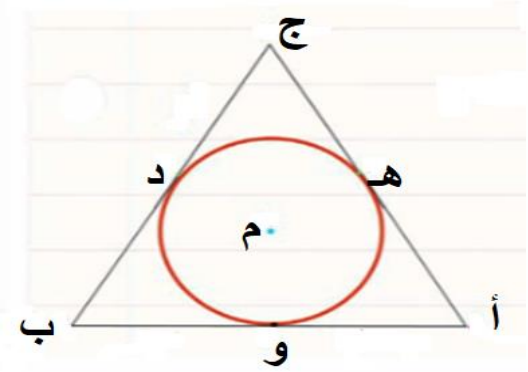
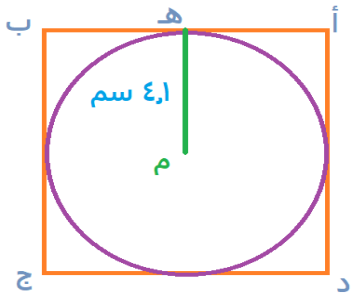
الجدول رقم (13.4): **المادة الإثرائية للمعيار الرئيسي الأول من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة**

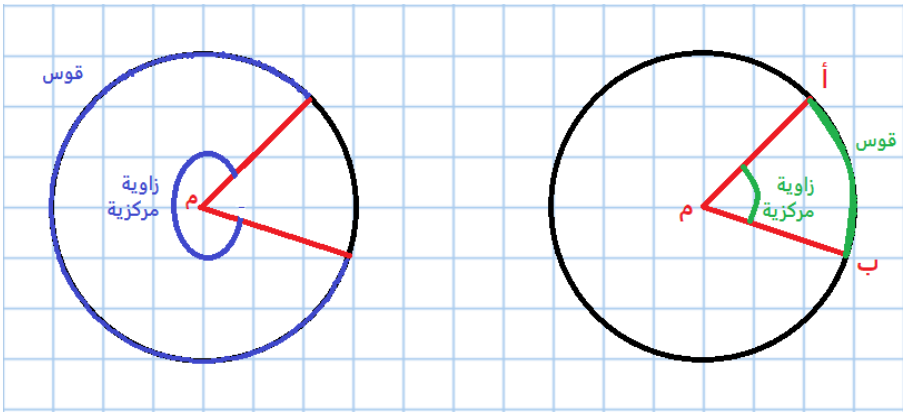
المعيار الرئيسي الأول: تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية			
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة	
2.1	تحديد رمز الدائرة ونقطة المركز والأقطار والأوتار والأقواس في الدائرة.	أستخرج من الشكل الآتي مثالا على كل مما يأتي: أ. مركز الدائرة ب. قطر في الدائرة ت. وتر في الدائرة ث. قوس في الدائرة	 **الشكل(1.4)**: أجزاء الدائرة.

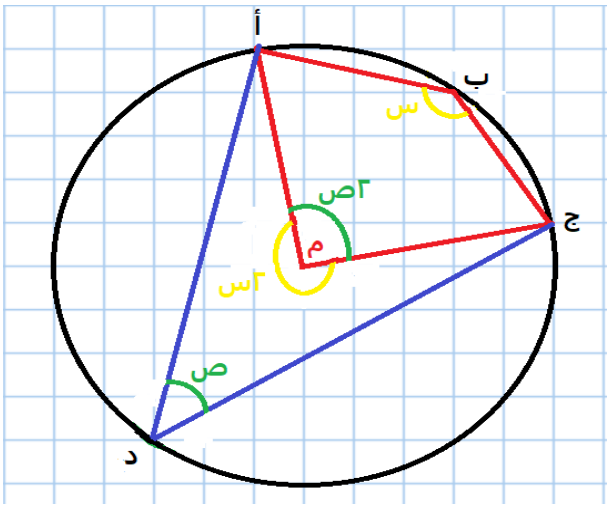
3.1	استكشاف التماثل في الدائرة.	أرسم محاور التماثل في كل شكل من الأشكال الآتية وأذكر عددها  **الشكل(2.4):** محاور التماثل.
5.1	تحديد الدوائر المتطابقة	أحدد الدوائر المتطابقة فيما يأتي:  **الشكل(3.4): الدوائر المتطابقة.** نلاحظ من النشاط السابق؛ أن الدوائر تتطابق إذا_____.

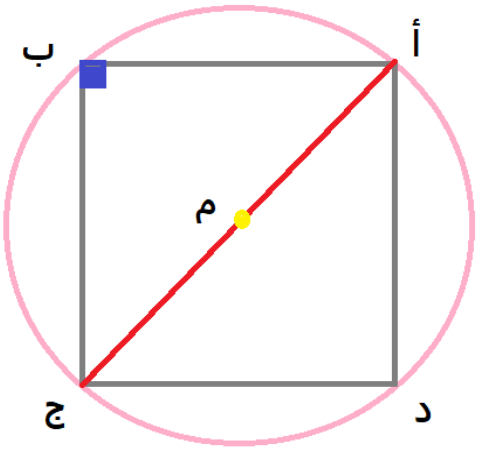
6.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والخط المستقيم الذي (يقطعها/ يمسها/ يقع خارجها)	إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها ن، ل مستقيم في مستويها، $\overleftrightarrow{م أ} \perp$ ل حيث $\overleftrightarrow{م أ} \cap$ ل = {أ}، فإن: ١ المستقيم ل يقع خارج الدائرة م ل ∩ الدائرة م = ϕ ويكون: م أ > ن والعكس صحيح ٢ المستقيم ل قاطع للدائرة م ل ∩ الدائرة م = {جـ، د} ويكون: م أ < ن والعكس صحيح ٣ المستقيم ل مماس للدائرة م ل ∩ الدائرة = {أ} ويكون: م أ = ن والعكس صحيح **الشكل(4.4):** الدائرة والخط المستقيم. فكر في كل من الحالات السابقة، أوجد ل ∩ سطح الدائرة م. لاحظ الآتي: إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها ٧سم، $\overleftrightarrow{م أ} \perp$ ل حيث أ ∈ ل؛ فإنه: ١ إذا كان م أ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم فاذكر موضع المستقيم ل من الدائرة م ٢ إذا كان م أ = ٣ $\sqrt{٧}$ سم فاذكر موضع المستقيم ل من الدائرة م ٣ إذا كان ٢ م أ - ٥ = ٩ فاذكر موضع المستقيم ل من الدائرة م ٤ إذا كان المستقيم ل يقطع الدائرة م، م أ = ٣س - ٥ فما قيمة س؟ ٥ إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة م، م أ = س^{٢} - ٢ فما قيمة س؟ (وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني/ جمهورية مصر العربية، 2017، ص. 43).

7.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة ودائرة أخرى (منفصلتان/ متقاطعتان/ متحدتان في المركز).	إذا كان م، ن دائرتين في المستوى، طولا نصفي قطريهما $ق_1$، $ق_2$ على الترتيب حيث $ق_1 > ق_2$ فإنه: ١ إذا كان: م ن > $ق_1 + ق_2$، فإن م ∩ ن = ϕ ، سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = ϕ وتكون الدائرتان متباعدتين. ٢ إذا كان: م ن = $ق_1 + ق_2$، فإن م ∩ ن = {أ} ، سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} وتكون الدائرتان متماستين من الخارج. ٣ إذا كان: $ق_1 - ق_2$ < م ن < $ق_1 + ق_2$، فإن م ∩ ن = {أ ، ب} سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح المنطقة الصفراء وتكون الدائرتان متقاطعتين. ٤ إذا كان: م ن = $ق_1 - ق_2$، فإن م ∩ ن = {أ} ، سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن وتكون الدائرتان متماستين من الداخل. ٥ إذا كان: م ن < $ق_1 - ق_2$، فإن م ∩ ن = ϕ ، سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن وتكون الدائرتان متداخلتين كما في شكل أ وعندما م ن = صفر، تكون الدائرتان متحدتي المركز. كما في شكل ب ب أ **الشكل(5.4):** الدائرة والدوائر الأخرى. (وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني/ جمهورية مصر العربية، 2017، ص. 46-47).

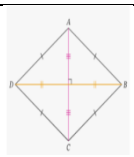
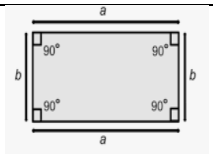
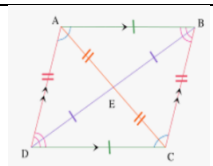
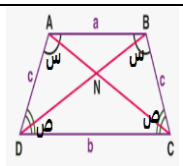
8.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والأشكال الهندسية ثنائية الأبعاد الأخرى، كالعلاقة بين الدائرة والمثلث؛ الدائرة والمربع.	في كل من الأشكال الآتية، أجد المطلوب: (أ) في الشكل (6.4) أدناه، أجد محيط المثلث (أ ب ج) إذا علمت أن: أو = 1.5 سم، وب = 2 سم، دج = 1.2 سم  **الشكل(6.4):** دائرة تمس أضلاع المثلث (أ ب ج) من الداخل. (وزارة التربية/ جمهورية العراق، 2012، ص. 135) (ب) ألاحظ الشكل (7.4) أدناه ثم أجب عن الأسئلة الآتية: 1. ماذا يشكل الضلع أب بالنسبة للدائرة م ؟ لماذا؟ 2. ما هو طول ضلع المربع الذي يحيط بالدائرة في الشكل السابق؟ 3. ما علاقة قطر الدائرة بطول ضلع المربع؟  **الشكل(7.4):** دائرة تمس أضلاع المربع من الداخل.

11.1	استكشاف علاقة الزاوية المركزية بالقوس المقابل لها في الدائرة.	ألاحظ الدائرتين في الشكل (8.4) أدناه:  **الشكل(8.4):** زوايا مركزية. إن الزاوية المركزية لقوس هي تلك الزاوية المركزية المقابلة لهذا القوس أكمل الفراغ بالشكل المناسب فيما يأتي: 1. نلاحظ أنه كلما كانت الزاوية المركزية أكبر، ـــــــ طول القوس. 2. يكون القوس الذي قياس زاويته المركزية ـــــــ هو القوس الأصغر، والقوس الذي قياس زاويته المركزية ـــــــ هو القوس الأكبر.

17.1	إثبات أن مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري= 180°	ألاحظ الشكل الآتي، ثم أجب عن الأسئلة التي تليه:  **الشكل(9.4):** زاويتين متقابلتين في شكل رباعي دائري. تعلمت أن الزاوية المركزية تساوي ضعف الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس، لذلك فإن الزاوية (2س) هي ضعف الزاوية _____ لأنها مشتركة معها في القوس _____، وأيضا فإن الزاوية _____ هي ضعف الزاوية _____ لأنها مشتركة معها في القوس _____ . ولإثبات أن مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري = 180° أكمل ما يأتي: 2 س + 2 ص = _____ وبقسمة طرفي المعادلة السابقة على العدد (2) ينتج لدينا: _____ وبالتالي فإن: مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري = _____.

20.1	إثبات أن قطر الشكل الرباعي الدائري المقابل لزاوية قائمة فيه يساوي قطر الدائرة.	ألاحظ الشكل الآتي:  **الشكل(10.4):** قطر الشكل الرباعي الدائري المقابل لزاوية قائمة فيه. نلاحظ أن الشكل (أ ب ج د) هو رباعي دائري، كما نلاحظ أن الزاوية ب هي زاوية قائمة، وأيضا الضلع (أ ج) هو أحد أقطار الشكل الرباعي الدائري. لإثبات أن (أ ج) هو قطر الدائرة، أكمل ما يأتي: الزاوية (أ ب ج) مرسومة على محيط الدائرة لذلك فهي زاوية _____ الزاوية (أ م ج) مرسومة على نفس _____ وأيضا الزاوية (أ م ج) تساوي _____ لأنها خط مستقيم لذلك نلاحظ أن الزاوية (أ م ج) تعادل _____ الزاوية المحيطية (أ ب ج) إذا فنستطيع اعتبار أن الزاوية (أ م ج) هي زاوية _____ وبالتالي فإن م هي _____ وعليه فإن الضلع (أ ج) هو _____ في الدائرة.

21.1	استكشاف العلاقة بين الشكل الرباعي الدائري والأشكال الهندسية الرباعية الأخرى كمتوازي الأضلاع والمعين والمربع.	أي من الأشكال الآتية يعتبر شكل رباعي دائري؟

			
الشكل(11.4): معين	**الشكل(12.4):** مستطيل	**الشكل(13.4):** متوازي أضلاع	**الشكل(14.4):** شبه المنحرف المتساوي الساقين

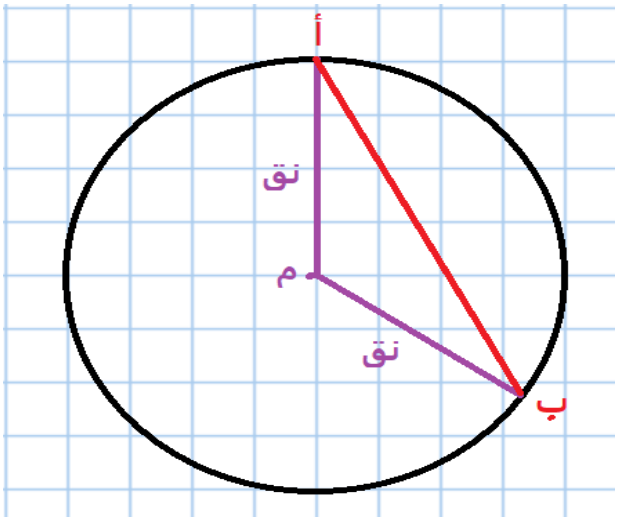
<u>المعين:</u> في المعين تكون الزوايا المتقابلة _____ لا _____، لذلك لا يمكن أن يكون المعين رباعيًا دائريا.

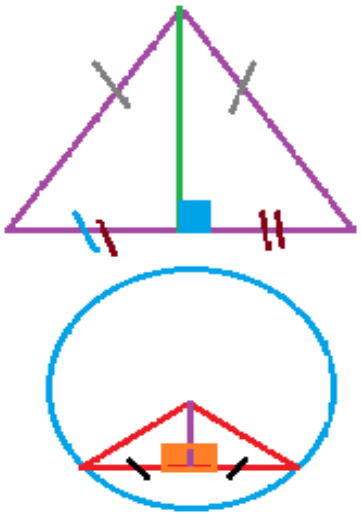
<u>المستطيل:</u> كل مستطيل، بما في ذلك الحالة الخاصة للمربع، عبارة عن شكل رباعي دائري لأن كل زاوية فيه = _____، وبالتالي فإن مجموع كل زاويتين متقابلتين يساوي _____ أي أنهما _____ .

<u>متوازي الأضلاع:</u> في متوازي الأضلاع تكون الزوايا المتقابلة _____ لا _____، لذلك لا يمكن أن يكون متوازي الأضلاع رباعيًا دائريا.

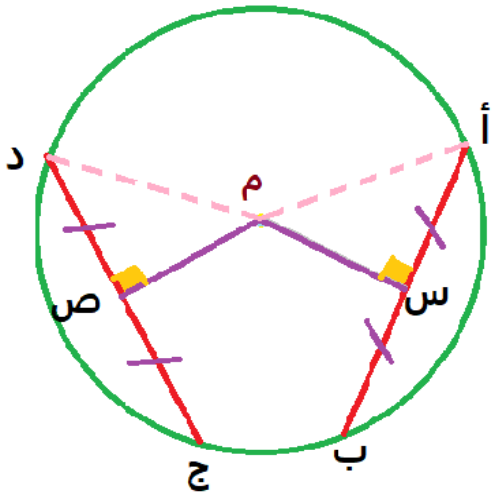
<u>شبه منحرف متساوي الساقين:</u> يكون شبه المنحرف رباعيا دائريا فقط إذا كان شبه منحرف متساوي الساقين، لأنه وكما يظهر في الشكل السابق أن الزاويتين المتجاورتين في القاعدة العليا _____ وكذلك الزاويتين المتجاورتين في القاعدة السفلى، وبما أن مجموع زوايا الشكل الرباعي = _____، فإن:

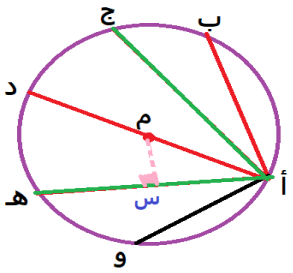
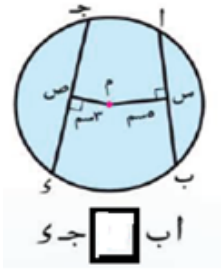
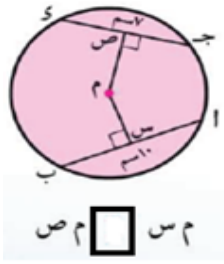
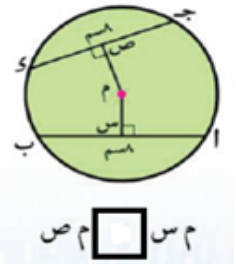
2س + 2ص = _____ وبالتالي: س + ص = _____

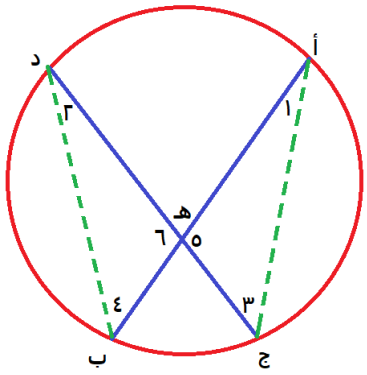
23.1	إثبات أن قطر الدائرة هو أكبر أوتارها طولا.	لإثبات أن قطر الدائرة هو أكبر أوتارها طولا، أكمل ما يأتي: في الشكل () أدناه دائرة مركزها (م)، وفيها الوتر (أب)، وفيها أنصاف الأقطار: (أ م) و (ب م).  **الشكل(15.4):** قطر الدائرة سنستخدم خاصية في المثلث تقول: "إن مجموع طولي أي ضلعين في مثلث يكون أكبر من طول الضلع الثالث في هذا المثلث". لذلك: أب > أ م + م س أب > نق + نق لماذا؟ أب > 2 X نق أب > قطر الدائرة لماذا؟ لذلك نلاحظ أن أي وتر في الدائرة لا يمثل قطرا فيها سيكون طوله أقل من قطر الدائرة، وبالتالي فإن أطول وتر في الدائرة هو قطرها.

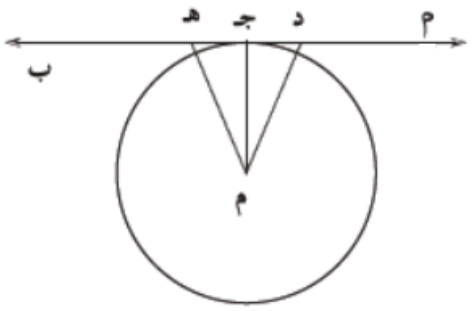
24.1	استكشاف الخاصية: إذا أنزلنا عمودا من مركز الدائرة على الوتر، فإن هذا العمود ينصف هذا الوتر.	ألاحظ الشكل (16.4) أدناه:  **الشكل(16.4):** خصائص المثلث المتساوي الساقين في الدائرة العمود النازل من رأس المثلث المتساوي الساقين على القاعدة ينصف القاعدة. ويمكن تطبيق هذه الخاصية في الدائرة بحيث تصبح: العمود النازل من مركز الدائرة على أي وتر فيها ينصف ذلك الوتر. (وزارة التربية والتعليم العالي/ فلسطين، 2011، ص. 83)

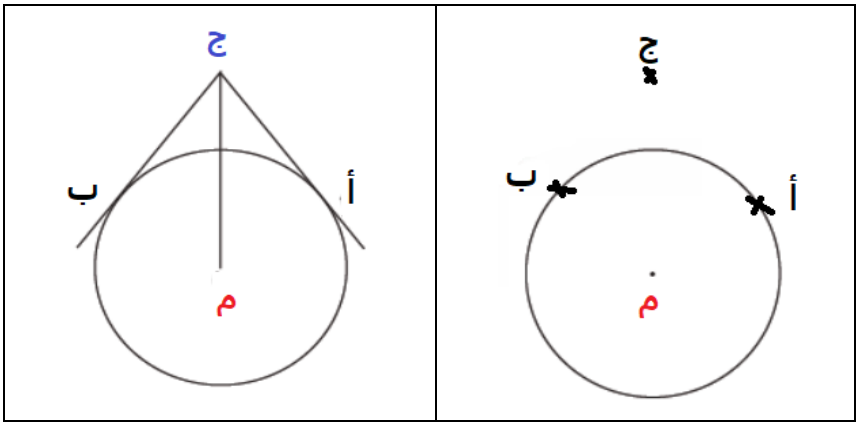
25.1	استكشاف الخاصية: إذا وصلنا بين منتصف أي وتر في الدائرة ومركز هذه الدائرة فإن القطعة الناتجة تكون عمودية على هذا الوتر.	ألاحظ الشكل (16.4) السابق القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس المثلث المتساوي الساقين ومنتصف القاعدة تكون عمودية على القاعدة. ويمكن تطبيق هذه الخاصية في الدائرة بحيث تصبح: القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس المثلث المتساوي الساقين ومنتصف القاعدة تكون عمودية على القاعدة. (وزارة التربية والتعليم العالي/ فلسطين، 2011، ص. 83)
26.1	استكشاف الخاصية: إذا أنشأنا عمودا من منتصف أي وتر في الدائرة، فإن هذا العمود يمر بمركز الدائرة.	ألاحظ الشكل (16.4) السابق العمود المنصف لقاعدة المثلث المتساوي الساقين يمر بالرأس. ويمكن تطبيق هذه الخاصية في الدائرة بحيث تصبح: العمود المنصف لأي وتر في دائرة يمر بالمركز. (وزارة التربية والتعليم العالي/ فلسطين، 2011، ص. 83)

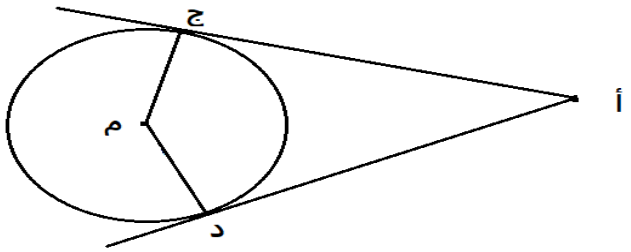
27.1	إثبات أنه إذا تساوى وتران في دائرة فإن بعديهما عن مركز هذه الدائرة متساويان.	 **الشكل(17.4):** وتران متساويان في دائرة وبعدهما عن المركز متساوٍ. ألاحظ الشكل أعلاه، الدائرة م فيها وتران متساويان (أ ب = د ج) وبالتالي فإن (أس = ب س = ج ص = د ص) لماذا؟ رسمت قطعة مستقيمة تصل بين النقطتين (أ) و (م) وأخرى تصل بين النقطتين (د) و (م) كما يظهر في الشكل السابق. ألاحظ الآن المثلثان (أ م س) و (د م ص)، هل هما متطابقان؟ لماذا؟ ينتج عن التطابق أن (م س) = (م ص) وهو المطلوب أي أنه إذا تساوى وتران في دائرة فإن بعديهما عن مركز هذه الدائرة متساويان. (وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني/ جمهورية مصر العربية، 2017، ص.54)

28.1	استكشاف خاصية أنه كلما اقترب الوتر من مركز الدائرة زاد طوله والعكس صحيح.	 **الشكل(18.4): طول** الوتر وبعده عن مركز الدائرة. ألاحظ الشكل أعلاه: أ نقطة على الدائرة م، رسمت فيها الأوتار أ ب، أ ج، أ د، أ هـ، أ و. 1. ما العلاقة بين طول الوتر وبعده عن مركز الدائرة؟ 2. إذا تساوت الأوتار في الطول، ماذا تستنتج؟ 3. إذا تساوت أبعاد الأوتار عن مركز الدائرة، ماذا تتوقع؟ ألاحظ أن: كلما اقترب الوتر من مركز الدائرة _____ طوله، والعكس صحيح. مثال: **أكمل باستخدام (> أ، < أ، = أ):**  **الشكل(19.4):** وترين في دائرة، بعدهما عن المركز غير متساوٍ.  **الشكل(20.4):** وترين في دائرة؛ غير متساويين في الطول.  **الشكل(21.4):** وترين في دائرة؛ متساويين في الطول. (وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني/ جمهورية مصر العربية، 2017، ص. 53)

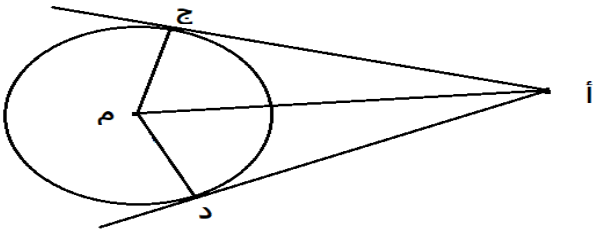
29.1	إثبات أنه: إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر الثاني.	أبرهن النظرية الآتية: إذا تقاطع وتران داخل دائرة، فإن حاصل ضرب جزئي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب جزئي الوتر الثاني. ألاحظ الشكل أدناه:  **الشكل(22.4):** حاصل ضرب وترين في دائرة. المعطيات: أب، ج د وتران متقاطعان في النقطة هـ داخل الدائرة. المطلوب: إثبات أن: هـ أ x هـ ب = هـ ج x هـ د البرهان: نصل أ ج ، ب د (انظر الشكل أعلاه) في المثلثين أ ج هـ ، د ب هـ يكون: الزاوية 1 = الزاوية 2 لماذا؟ الزاوية 3 = الزاوية 4 لماذا؟ الزاوية 5 = الزاوية 6 لماذا؟ إذن يتشابه المثلثان وينتج أن: $\frac{هـأ}{هـج} = \frac{هـد}{هـب}$ وبالضرب التبادلي نحصل على: هـ أ x هـ ب = هـ ج x هـ د وهو المطلوب (وزارة التربية والتعليم العالي/ فلسطين، 2011، ص.87)

33.1	استكشاف خاصية أن المماس لدائرة يكون عموديا على نصف القطر عند نقطة التماس.	أبرهن النظرية الآتية: مماس الدائرة يعامد نصف القطر المار بنقطة التماس. ألاحظ الشكل أدناه:  **الشكل(23.4):** مماس للدائرة يعامد نصف القطر. **المعطيات:** دائرة مركزها م، رسم أ ب يمس الدائرة م في النقطة ج. **المطلوب:** إثبات أن قياس الزاوية أ ج م = 90^{o} ، أي أن م ج يعامد أ ب. **البرهان:** أ ب يمس الدائرة م في ج إذن م تقاطع أ ب = { ج } إذن جميع نقاط أ ب تقع خارج الدائرة ما عدا النقطة ج إذن بعد النقطة م عن النقطة ج أقصر من بعد م عن أية نقطة أخرى على المستقيم أ ب إذن (م ج) هو أقصر بعد بين النقطة م والمستقيم أ ب، لذلك (م ج) عمودي على (أ ب) (وزارة التربية والتعليم/ سلطنة عُمان، 2015، ص. 133).

34.1	استكشاف العلاقة بين موقع النقطة على محيط الدائرة أو خارجها بعدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها.	عدد المماسات المرسومة من نقطة خارج الدائرة **الأدوات:** فرجار، مسطرة، قلم، ورقة **الخطوات:** 1. ارسم دائرة مثل م وضع نقطة مثل ج خارجها، ونقطة مثل ب عليها كما في الشكل أدناه. 2. حاول أن ترسم أكبر عدد من المماسات من النقطة ج إلى الدائرة م، وأكبر عدد من المماسات للدائرة عند النقطة ب، ثم أجب عن الأسئلة أدنى الشكل الآتي:  **الشكل(24.4):** عدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها من نقطة معينة. أ) كم مماسا أمكن رسمه للدائرة م من النقطة ج؟ ب) هل أطوال المماسات (من النقطة ج إلى الدائرة م) متساوية أم مختلفة؟ تحقق بالقياس. ج) كم مماسا يمكن رسمه للدائرة عند النقطة ب؟ اكتب النتيجة التي توصلت إليها. د) أكمل الفراغ في النتيجة الآتية: * من نقطة على الدائرة لا يمكن رسم سوى _____ للدائرة. * من نقطة خارج الدائرة يمكن رسم _____ للدائرة ، ويكونان _____ في الطول. (وزارة التربية والتعليم/ سلطنة عُمان، 2015، ص. 135).

35.1	استكشاف العلاقة بين المماسين المرسومين لدائرة من نقطة خارجها، والزوايا الناتجة عن ذلك	في النشاط أدناه، سنلاحظ كل مما يأتي: • طول كل من المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة. • الزاوية بين المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة. • الزاويتان المركزيتان اللتان تقابلان المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة. **الخطوات:** أولا: أرسم في دفتري دائرة بالفرجار معلومة المركز، فليكن (م). ثانيا: أرسم نقطة خارج الدائرة، ولتكن (أ). ثالثا: أرسم مماسان يمسان الدائرة في نقطتين مختلفتين، فلتكونان ج، د رابعا: أرسم نصفي قطري الدائرة العموديان على المماسان المرسومان خامسا: سيظهر لديك شكلا مشابها للشكل الآتي:  **الشكل(25.4):** مماسان للدائرة م من نقطة خارجها. سادسا: أقيس بالمسطرة طول كل من (أ ج) و (أ د) وأسجل ذلك في دفتري.

سابعا: أصل بين النقطتين (أ) و (م) كما يأتي:



الشكل(26.4): مماسي الدائرة المرسومان من نقطة خارجها، والزوايا الناتجة عن ذلك.

ثامنا: أقيس الزوايا الآتية:

الزاوية (ج أ م) = _____ والزاوية (د أ م) = _____ ماذا ألاحظ؟

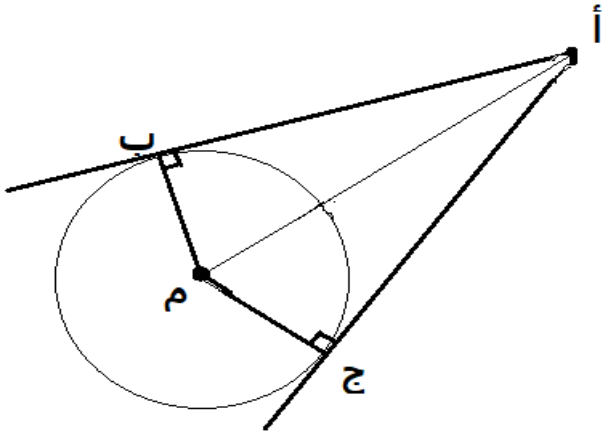
الزاوية (ج م أ) = _____ والزاوية (د م أ) = _____ ماذا ألاحظ؟

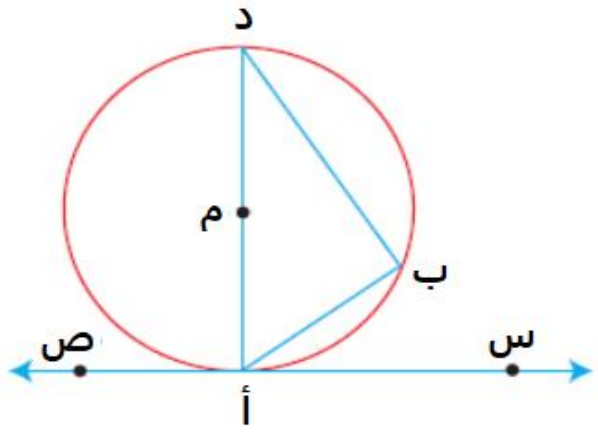
تاسعا: أعيد الخطوات السابقة في دوائر مختلفة وألاحظ النتائج، وأسجلها في دفتري.

عاشرا: أكمل الفراغات الآتية بالشكل المناسب:

1. المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها _____.
2. الخط الواصل بين نقطة خارج الدائرة ومركزها _____ الزاوية بين مماسي الدائرة المرسومان من نفس النقطة.
3. المماسان يقابلان زوايا _____ عند مركز الدائرة.

(Chong L., Cheng L. & Kuen L. ,2007, p. 155)

36.1	إثبات أن المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متساويان.	ألاحظ المثلث (أ م ب) والمثلث (أ م ج) في الشكل أدناه:  **الشكل(27.4):** العلاقة بين مماسي الدائرة المرسومان من نقطة خارجها. هل المثلثان متطابقان؟ 1. الضلع (أ م) _____ 2. ج م = ب م (لماذا؟) 3. الزاوية م ب أ = الزاوية م ج أ = _____ (لماذا؟) وبهاذا يتطابق المثلثان بـ _____. وينتج عن التطابق أن (أ ج) = _____ وهو المطلوب.

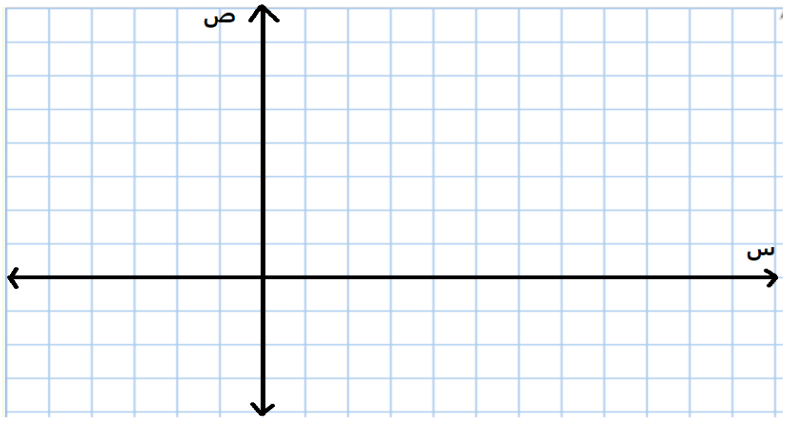
39.1	إثبات نظرية أن الزاوية المماسية تساوي الزاوية المحيطية المرسومة على الوتر في الجهة الأخرى.	يمثل الشكل أدناه دائرة مركزها م، (س ص) مماس لها عند النقطة أ، (أ د) قطر لها، (ب) نقطة أخرى على الدائرة. أثبت أن قياس الزاوية المماسية (س أ ب) يساوي قياس الزاوية المحيطية (ب د أ).  **الشكل(28.4):** الزاوية المماسية والزاوية المحيطية المرسومة على الوتر من الجهة الأخرى. **المعطيات:** (س ص) مماس لدائرة مركزها م عند النقطة أ، (أ د) قطر في الدائرة، (ب) نقطة أخرى على الدائرة. **المطلوب:** إثبات أن قياس الزاوية (س أ ب) = قياس الزاوية (ب د أ). **البرهان:** قياس الزاوية (س أ د) = 90^{o} (لماذا؟) قياس الزاوية (س أ ب) + قياس الزاوية (ب أ د) = 90^{o} قياس الزاوية (أ ب د) = 90^{o} (لماذا؟) قياس الزاوية (ب د أ) + قياس الزاوية (ب أ د) = 90^{o} (لماذا؟)

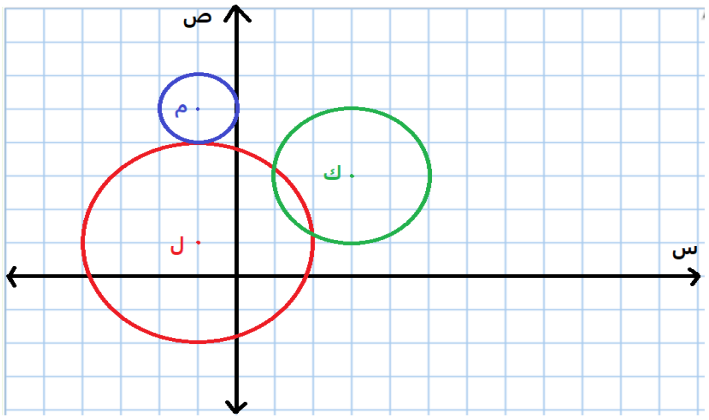
إذن: قياس الزاوية (س أ ب) + قياس الزاوية (ب أ د) = قياس الزاوية (ب د أ) + قياس الزاوية (ب أ د) = 90^{o} ومنه: قياس الزاوية (س أ ب) = قياس الزاوية (ب د أ) وهو المطلوب. (وزارة التربية والتعليم/ المملكة الأردنية الهاشمية. (2016). كتاب الرياضيات للصف العاشر، ص. 58–59)		

2.5.4 المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الثاني من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة

يتكون المعيار الرئيس الثاني لمحتوى الهندسة والمتعلق بتحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات وأنظمة التمثيل الأخرى من (11) مؤشرا، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى أن مؤشران اثنان منها لم يتوافرا في الوحدة، وبهذا تكون نسبة المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة والتي تخص المعيار الرئيس الثاني تعادل (18.2%) من مؤشراته، وبناء على نتائج التحليل هذه؛ تم إثراء محتوى وحدة الدائرة بإدراج نشاط واحد يتعلق بكل مؤشر من مؤشرات المعيار الرئيس الثاني غير المتوافرة في الوحدة، كما يظهر في الجدول رقم (14.4) الآتي:

الجدول (14.4): **المادة الإثرائية للمعيار الرئيسي الثاني من معايير محتوى الهندسة**

المعيار الرئيسي الثاني: تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتمثيل الدائرة.	لديك الدائرة (م) ومركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها (3) وحدات. ولديك أيضا الدائرة (د) ومركزها النقطة (4، 2)، ونصف قطرها (4) وحدات. أمثل الدائرتين في المستوى الديكارتي أدناه:  **الشكل (29.4):** المستوى الديكارتي ما العلاقة بين الدائرتان، هل هما متقاطعتان؟ منفصلتان؟ متحدتان بالمركز؟ ما المسافة بين مركزي الدائرتين؟ أعين على المستوى الديكارتي النقاط المشتركة بين الدائرتين والتي تقع على محيط كل منهما.

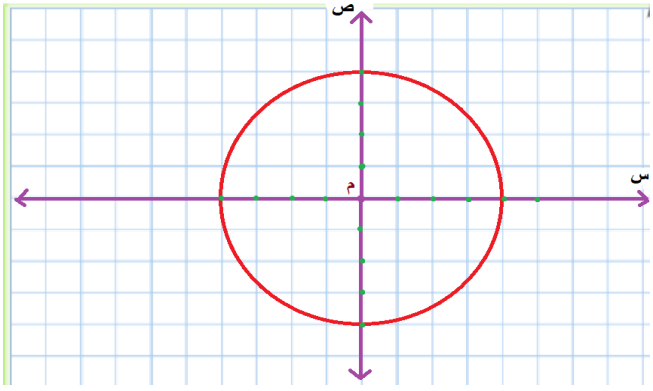
2.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتحديد خصائص الدائرة مثل: المركز ونصف القطر والنقاط التي تقع على المحيط.	ألاحظ الشكل (30.4)، ثم أجب عن الأسئلة الآتية: 1. أحدد نقطة المركز لكل دائرة. 2. أجد طول نصف القطر لكل دائرة. 3. أذكر إحداثيات نقطة تقع على محيط كل من الدائرتين (ك) و (ل). 4. أذكر إحداثيات نقطتين تقعان على محيط كل من الدائرتين (ك) و (ل).  **الشكل (30.4):** استخدام الإحداثيات لتحديد خصائص الدائرة

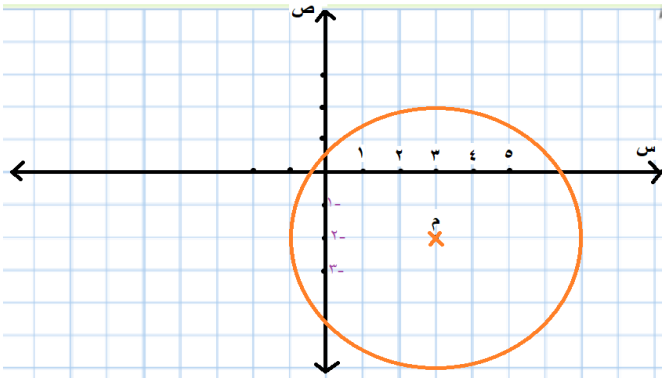
3.5.4 المادة الإثرائية للمعيار الرئيسي الثالث من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة

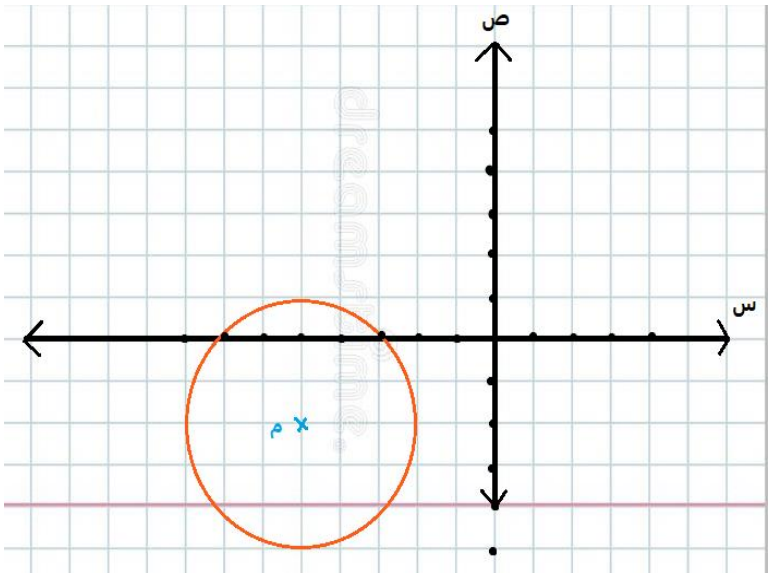
يتكون المعيار الرئيس الثالث لمحتوى الهندسة والمتعلق بتطبيق التحويلات واستخدام التناظر لتحليل المواقف الرياضية من ستة مؤشرات، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى أن هذه المؤشرات الستة لم يتوافر أي منها في الوحدة، وبهذا تكون نسبة المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة والتي تخص المعيار الرئيس الثالث تعادل (100%) من مؤشراته، وبناء

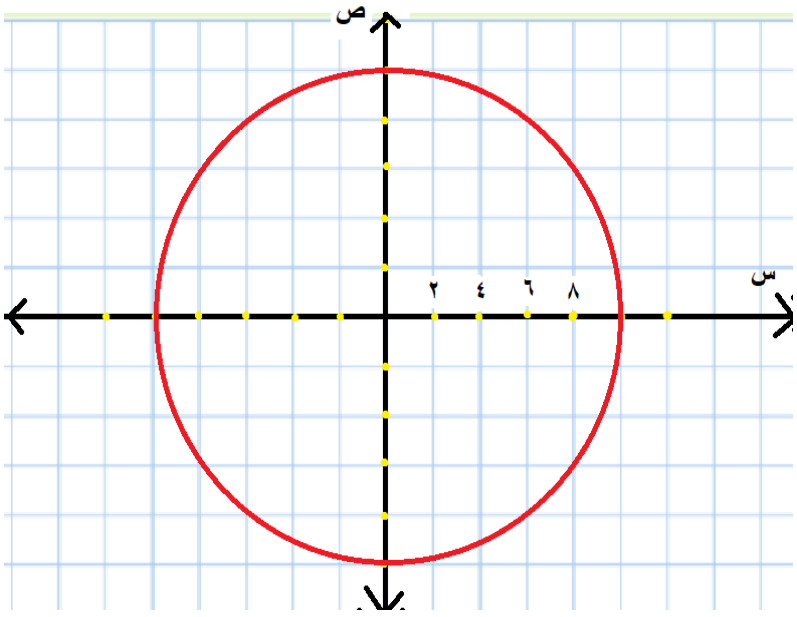
على نتائج التحليل هذه؛ تم إثراء محتوى وحدة الدائرة بإدراج نشاط واحد يتعلق بكل مؤشر من مؤشرات المعيار الرئيس الثالث غير المتوافرة في الوحدة، كما يظهر في الجدول رقم (15.4) الآتي:

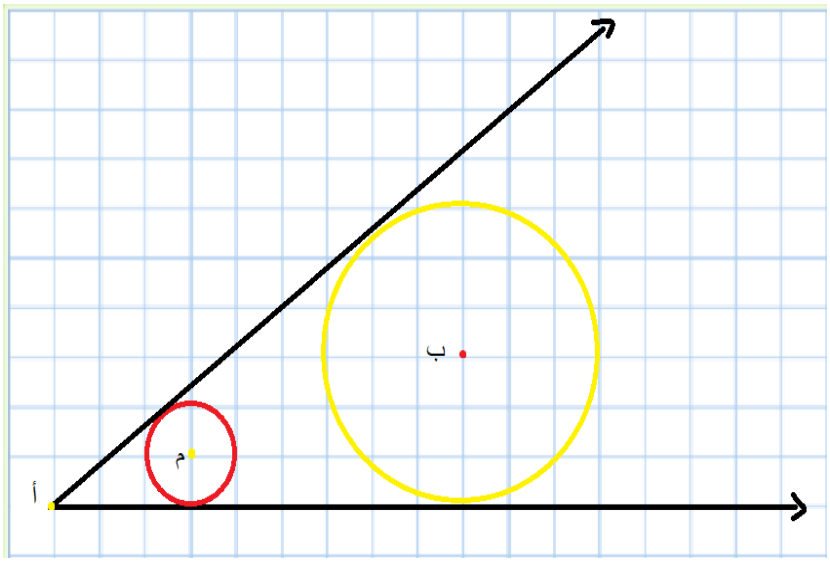
الجدول (15.4): **المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الثالث من معايير محتوى الهندسة**

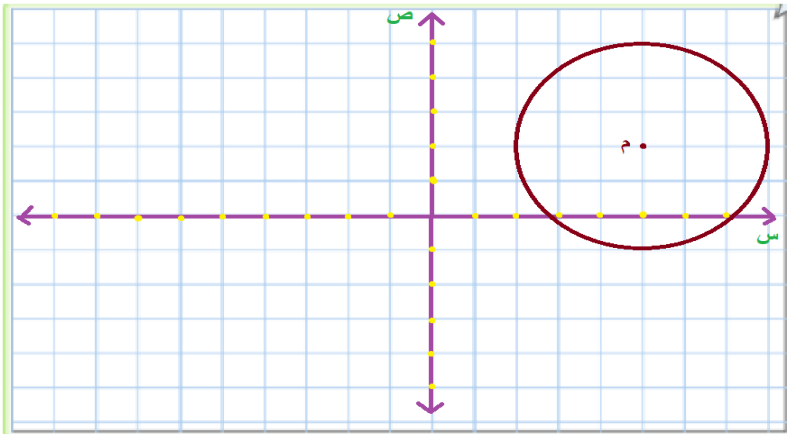
المعيار الرئيسي الثالث: تطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانسحاب.	لديك الدائرة (م) في الشكل (31.4) أدناه: ارسم الدائرة بعد انسحاب مقداره وحدتان إلى اليسار. ما هي إحداثيات مركز الدائرة بعد الانسحاب؟ اذكر إحداثيات نقطة تقع على محيط الدائرة بعد الانسحاب.  **الشكل (31.4):** رسم الدائرة تحت تأثير الانسحاب

2.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانعكاس.	لديك الدائرة (م) في الشكل أدناه: كم طول نصف قطرها؟ ما هي إحداثيات مركزها؟ ارسم الدائرة بعد انعكاسها في محور الصادات. ما هي إحداثيات مركز الدائرة بعد الانعكاس في محور الصادات؟ كم يبلغ طول نصف قطر الدائرة بعد الانعكاس في محور الصادات؟ لماذا؟ هل تقع نقطة الأصل على محيط الدائرة قبل أو بعد الانعكاس في محور الصادات؟ تقع النقطة (3، 2) على محيط الدائرة قبل الانعكاس، ما هي صورة هذه النقطة بعد الانعكاس في محور الصادات؟ هل تقع النقطة (−3، −6) على محيط الدائرة بعد الانعكاس في محور الصادات؟  **الشكل (32.4):** رسم الدائرة تحت تأثير الانعكاس

3.3	رسم الدائرة تحت تأثير الدوران.	لديك الدائرة (م) في الشكل أدناه: كم طول نصف قطرها؟ ما هي إحداثيات مركزها؟ ارسم الدائرة تحت تأثير دوران مقداره (90) درجة حول نقطة الأصل، باتجاه عقارب الساعة. ما هي إحداثيات نقطة الأصل بعد الدوران؟  **الشكل (33.4):** رسم الدائرة تحت تأثير الدوران

4.3	رسم الدائرة تحت تأثير التصغير.	لديك الدائرة (م) في الشكل أدناه: كم طول نصف قطرها؟ ارسم الدائرة بعد التمدد، حيث أن معامل التمدد مقداره الخُمْس، ومركز التمدد هو نقطة الأصل. ما هو نوع التمدد الذي تم إجراءه على الدائرة؟  **الشكل (34.4):** رسم الدائرة تحت تأثير التصغير

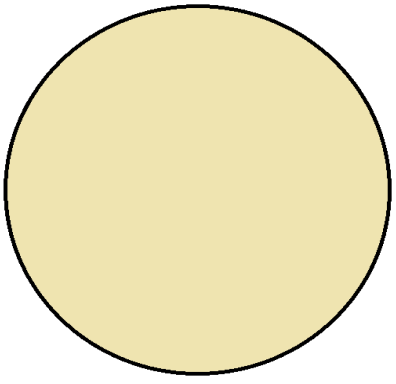
5.3	رسم الدائرة تحت تأثير التكبير.	ألاحظ الدائرة (م) في الشكل أدناه، تم إجراء تمدد عليها فحصلنا على الدائرة (ب)، كم طول نصف قطر كل من الدائرتين؟ كم مقدار معامل التمدد ؟ ما هي النقطة التي تعتبر مركز التمدد؟ ما هو نوع التمدد الذي تم إجراءه على الدائرة؟  **الشكل (35.4):** رسم الدائرة تحت تأثير التكبير

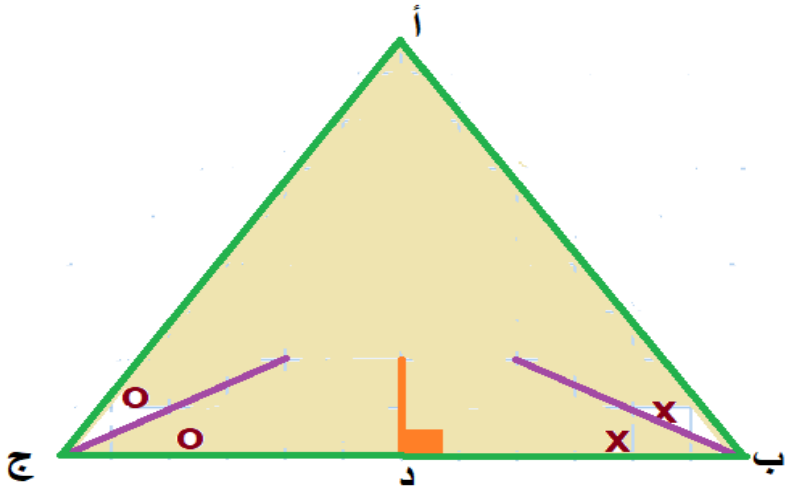
6.3	رسم الدائرة تحت تأثير اثنين أو أكثر من التحويلات الهندسية.	لديك الدائرة (م) في الشكل أدناه: كم طول نصف قطرها؟ ما هي إحداثيات مركزها؟ ارسم الدائرة في دفتري، ثم أجري التحويلات الهندسية الآتية: (انعكاس في محور الصادات، ثم انسحاب إلى الأسفل 4 وحدات، ثم انسحاب إلى اليمين وحدتان).  **الشكل (36.4):** رسم الدائرة تحت تأثير اثنين أو أكثر من التحويلات الهندسية. الدائرة (م) في الشكل أعلاه ارسمها مرة أخرى في دفتري، ثم أجري التحويلات الهندسية الآتية: (تمدد بمعامل $(\frac{2}{3})$ ثم انعكاس في محور السينات).

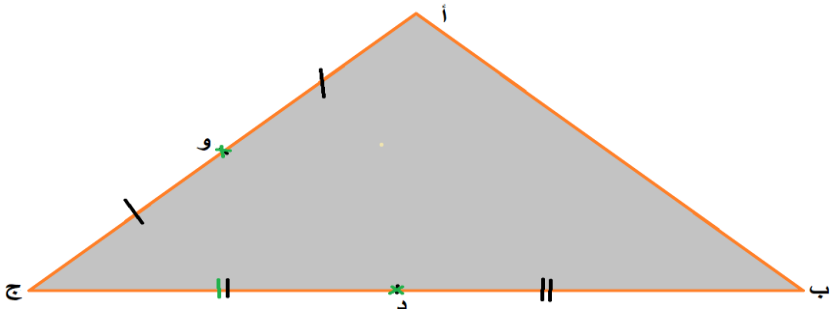
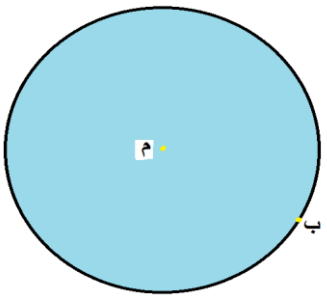
4.5.4 المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة

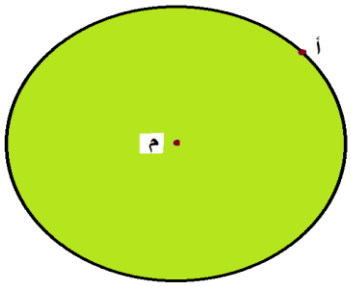
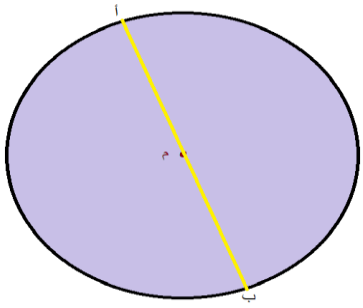
يتكون المعيار الرئيس الرابع لمحتوى الهندسة والمتعلق باستخدام التصور والتفكير المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات من سبعة مؤشرات، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى أن مؤشرا واحدا فقط من هذه المؤشرات المتعلقة بالمعيار الرئيس الرابع قد توافر في الوحدة، وأن المؤشرات الستة الأخرى لم تتوافر في الوحدة، وبهذا تكون نسبة المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة والتي تخص المعيار الرئيس الرابع تعادل (85.7%) من مؤشراته، وبناء على نتائج التحليل هذه؛ تم إثراء محتوى وحدة الدائرة بإدراج نشاط واحد يتعلق بكل مؤشر من مؤشرات المعيار الرئيس الرابع غير المتوافرة في الوحدة، أي أنه تم اقتراح ستة أنشطة إثرائية من قبل الباحثة، كما يظهر في الجدول رقم (16.4) الآتي:

الجدول (16.4): **المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة**

المعيار الرئيسي الرابع: استخدم التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.4	رسم الشكل الرباعي الدائري.	ارسم شكلا رباعيا دائريا داخل الدائرة أدناه، بحيث يكون قياس إحدى الزوايا = 80 درجة (استخدم المنقلة).  **الشكل (37.4):** دائرة لرسم شكل رباعي دائري فيها.

2.4	رسم دائرة داخل مثلث تمس أضلاعه من الداخل.	ألاحظ المثلث أ ب ج مرسوم في الشكل أدناه:  **الشكل (38.4):** رسم دائرة داخل مثلث تمس أضلاعه من الداخل. كما نلاحظ فإنه تم تنصيف الزاويتين (ب) و (ج)، وكذلك فإن هناك عمودا مقام على القاعدة (ب ج) عند النقطة (د). قم برسم دائرة باستخدام الفرجار والمسطرة فقط بحيث تمس أضلاع المثلث من الداخل مع توضيح الطريقة.

3.4	رسم دائرة تمر برؤوس المثلث.	ألاحظ المثلث أ ب ج مرسوم في الشكل أدناه:  **الشكل (39.4):** رسم دائرة تمر برؤوس المثلث. كما نلاحظ فإن النقطة (و) هي منتصف الضلع (أ ج)، وكذلك فإن النقطة (د) هي منتصف الضلع (ب ج). قم برسم دائرة باستخدام الفرجار والمسطرة فقط بحيث تمر برؤوس المثلث مع توضيح الطريقة.
4.4	رسم مثلث متساوي الساقين داخل دائرة.	في الشكل أدناه دائرة مركزها (م)، ارسم مثلث متساوي الساقين بحيث تكون النقطتان (م) و (ب) رأسين فيه.  **الشكل (40.4):** رسم مثلث متساوي الساقين داخل دائرة.

5.4	رسم زاوية مركزية أو زاوية محيطية في الدائرة.	في الشكل أدناه دائرة مركزها (م)، ارسم زاوية مركزية بحيث يكون (م أ) أحد ضلعي الزاوية، وارسم زاوية محيطية بحيث تكون النقطة (أ) رأس الزاوية.  **الشكل (41.4):** رسم زاوية مركزية في الدائرة.
6.4	رسم زاوية محيطية على قطر في الدائرة.	ألاحظ الشكل أدناه، لديك دائرة مركزها (م) 1. ارسم زاوية محيطية على قطر الدائرة (أ ب) 2. ما قياس الزاوية المحيطية التي رسمتها؟ لماذا؟  **الشكل (42.4):** رسم زاوية محيطية على قطر في الدائرة.

6.4 ملخص الإجابة على سؤال الدراسة الثالث

يتعلق سؤال الدراسة الثالث بإثراء محتوى وحدة الدائرة فيما يخص مجال الهندسة وفق المعايير التي أشار إليها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)، حيث وضح المجلس أن مجال الهندسة يتكون من أربعة معايير رئيسة، ويتفرع عن كل معيار رئيس عدد من المؤشرات، وقد أشارت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى إلى أن بعض تلك المؤشرات متوافر في الوحدة، وبعضها الآخر غير متوافر، ولتحقيق هدف الدراسة الثالث وهو: (إعداد مادة إثرائية مقترحة في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لوحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي للمحتوى)، قامت الباحثة من خلال أداة الدراسة الثالثة بإثراء وحدة الهندسة من خلال اقتراح أنشطة تخص تلك المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة. ويوضح الجدول رقم (17.4) الآتي عدد الأنشطة الإثرائية لكل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة، والتي كان بعضها من اجتهاد الباحثة والبعض الآخر مقتبس من مناهج عربية وعالمية:

الجدول (17.4): **عدد الأنشطة الإثرائية لكل معيار رئيس من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة**

رقم المعيار	المعيار الرئيس	عدد المؤشرات غير المتضمنة في الوحدة	عدد الأنشطة الإثرائية المقترحة	عدد الأنشطة الإثرائية المقترحة والتي كانت من اجتهاد الباحثة	عدد الأنشطة الإثرائية المقترحة والتي كانت من مناهج عربية وعالمية
1	تحليل خصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية فيما بينها.	22	23	10	13
2	تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات.	2	2	2	0
3	تطبيق التحويلات واستخدام التناظر لتحليل المواقف الرياضية.	6	6	6	0
4	استخدام التصور والتفكير المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات.	6	6	6	0
المجموع		36	37	25	12

نلاحظ من الجدول (17.4) أن عدد المؤشرات غير المتضمنة في الوحدة بالنسبة للمعيار الرئيس الأول يعادل (22) مؤشرا، وعدد الأنشطة الإثرائية يعادل (23) نشاطا، وذلك لأن المؤشر رقم (8.1) والذي يتعلق باستكشاف العلاقة بين الدائرة والأشكال الهندسية ثنائية الأبعاد الأخرى، كالعلاقة بين الدائرة والمثلث؛ الدائرة والمربع قد تم اقتراح نشاطين إثرائيين يحققانه، وبالنسبة لتلك الأنشطة الإثرائية المقترحة بخصوص المعيار الرئيس الأول فقد اقترحت الباحثة (10) أنشطة من اجتهادها، كما اقترحت (13) نشاطا تم اقتباسها من مناهج عربية وعالمية،

حيث بلغ عدد الأنشطة الإثرائية المقترحة والمقتبسة من مناهج الدول العربية الآتية: (المنهاج الفلسطيني القديم والذي تم اعتماده عام 2003/ 2004م، جمهورية مصر العربية، سلطنة عُمان، المملكة الأردنية الهاشمية، جمهورية العراق)، كما يأتي: (4، 4، 2، 1، 1) على الترتيب، بالإضافة إلى نشاط واحد تم اقتباسه من المنهاج السنغافوري يتعلق بالمؤشر رقم (35.1) الذي ينص على: "استكشاف العلاقة بين المماسين المرسومين لدائرة من نقطة خارجها، والزوايا الناتجة عن ذلك".

أما بالنسبة للمعايير الرئيسة الثاني والثالث والرابع فيتضح من الجدول (17.4) أنه تم اقتراح نشاط واحد فقط لكل مؤشر لم يتوافر في الوحدة، حيث بلغ عدد الأنشطة الإثرائية المقترحة والتي كانت من اجتهاد الباحثة بخصوص المعايير الرئيسة الثاني والثالث والرابع كما يأتي (2، 6، 6) على الترتيب.

7.4 الإجابة عن سؤال الدراسة الرابع

سيتم في هذا البند عرض نتائج عملية الإثراء المتعلقة بسؤال الدراسة الرابع الذي ينص على: "كيف يمكن إثراء وحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لعملية حل المشكلات؟"

وقد تمت الإجابة عن هذا السؤال من خلال إثراء محتوى وحدة الدائرة في كتاب الرياضيات للصف التاسع الأساسي، بالاعتماد على نتائج عملية التحليل التي تمت باستخدام أداة الدراسة الثانية، حيث تم اقتراح نشاط واحد فقط لكل مؤشر فرعي غير متوافر في الوحدة.

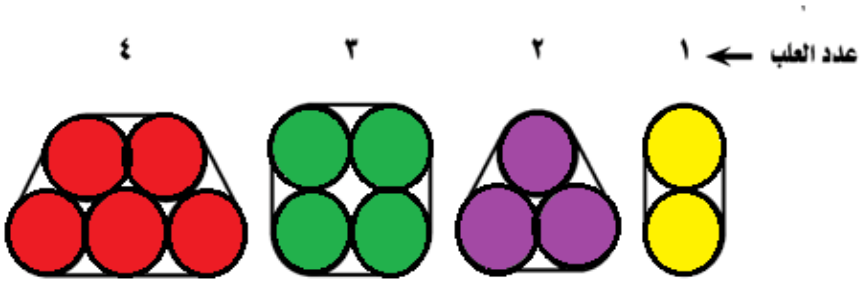
وقد تم تقسيم الإجابة على هذا السؤال ضمن أربعة مراحل وهي: (1) إثراء وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الأول المتعلق ببناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة؛ (2) إثراء محتوى وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيسي الثاني المتعلق بحل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى؛ (3) إثراء وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الثالث المتعلق بتطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات؛ (4) إثراء وحدة الدائرة فيما يخص المعيار الرئيس الرابع المتعلق بملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها. وفيما يأتي توضيح للمراحل الأربعة:

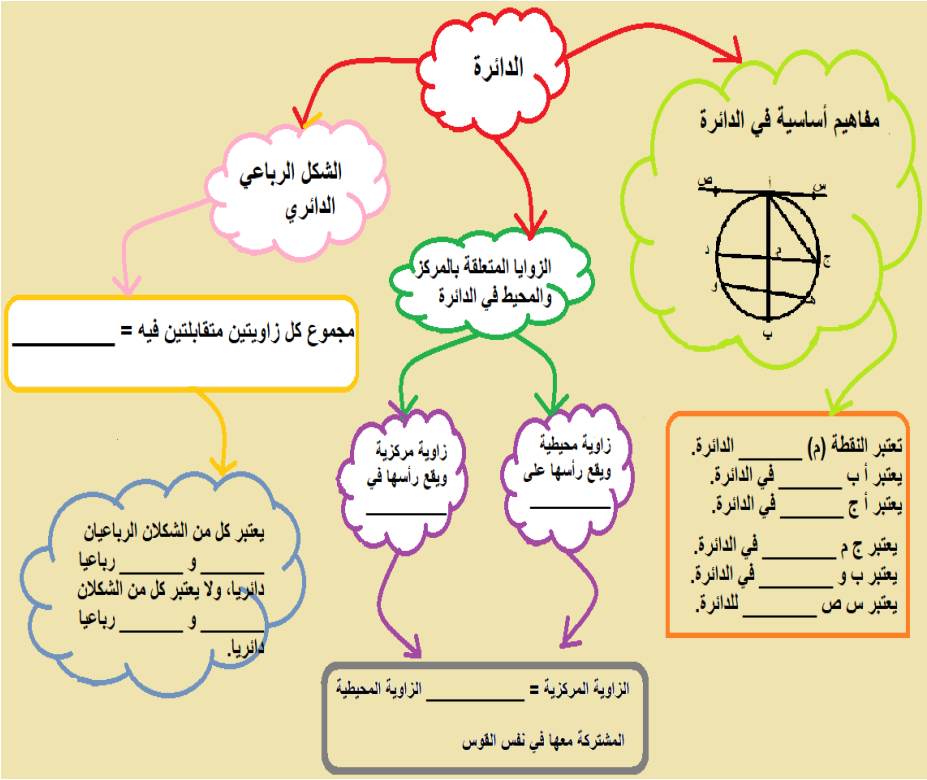
1.7.4 المادة الإثرائية للمعيار الرئيسي الأول من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات

يتكون المعيار الرئيس الأول لعملية حل المشكلات والمتعلق ببناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة من أربعة مؤشرات، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية أن مؤشرين اثنين منها لم يتوافرا في الوحدة، وبهذا تكون نسبة المؤشرات غير المتوافرة في

الوحدة والتي تخص المعيار الرئيس الأول تعادل (50%) من مؤشراته وبناء على نتائج التحليل هذه؛ تم إثراء وحدة الدائرة بإدراج نشاط واحد يتعلق بكل مؤشر من مؤشرات المعيار الرئيس الأول غير المتوافرة في الوحدة، كما يظهر في الجدول (18.4) الآتي:

الجدول (18.4): **المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الأول من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات**

المعيار الرئيس الأول: **بناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة.**		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.1	بناء معرفة حقائقية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.	مصنع لإنتاج المربى، يعبئ إنتاجه في عبوات اسطوانية الشكل طول نصف قطر قاعدتها = (نق سم)، تم تغليفها بالبلاستيك ولصق شريط من الورق حولها كما في النمط الآتي:  **الشكل (43.4):** مجموعات من عبوات اسطوانية الشكل.

		1. احسب طول الشريط في كل حالة، هل توجد علاقة بين عدد العلب وطول الشريط؟ 2. ما طول الشريط الذي يدور حول 6 علب؟ 3. ما طول الشريط الذي يدور حول 7 علب؟ ناقش الأوضاع الممكنة لضم العلب واستنتج شرط استمرار نفس النمط لحساب طول الشريط. (وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني/ جمهورية مصر العربية، 2017، ص.24).
4.1	بناء معرفة فوق ذهنية جديدة من خلال حل المشكلة.	أكمل الخريطة الذهنية الآتية بالشكل الصحيح:  **الشكل (44.4)**: خريطة ذهنية تتعلق بالدائرة.

2.7.4 المادة الإثرائية للمعيار الرئيسي الثاني من معايير عملية حل المشكلات

يتكون المعيار الرئيس الثاني لعملية حل المشكلات والمتعلق بحل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى من ثلاثة مؤشرات، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية أن مؤشرين اثنين منها لم يتوافرا في الوحدة، وبهذا تكون نسبة المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة والتي تخص المعيار الرئيس الثاني تعادل (66.7%) من مؤشراته، وبناء على نتائج التحليل هذه؛ تم إثراء وحدة الدائرة بإدراج نشاط واحد يتعلق بكل مؤشر من مؤشرات المعيار الرئيس الثاني غير المتوافرة في الوحدة، كما يظهر في الجدول (19.4) الآتي:

الجدول (19.4): **المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الثاني من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات**

المعيار الرئيس الثاني: حل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى.		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.2	حل مشكلات متعلقة بموضوعات رياضية أخرى.	يريد رجل تزيين سور حديقة بيته بأشكال دائرية متتالية ومرتبة ترتيبا تصاعديا بناء على مساحتها، حيث تترتب الدوائر بحسب نمط معين، في الجدول أدناه توضيح لترتيب الدوائر الأربعة الأولى وقيم أنصاف أقطارها

		  إذا علمت أن ارتفاع السور يبلغ (3.5) متر، فكم دائرة يستطيع أن يضع على السور ليكمل النمط؟ وما هي أنصاف أقطارها؟
2.2	توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل مشكلات في حقول معرفية أخرى.	إذا رُصِدَ عجل شاحنة يتدحرج بسرعة ثابتة وهي: 2 م/ ث، ومن النقطة التي تم رصده فيها استغرق تدحرجه من الزمن (43.96) ثانية قبل أن يصطدم بجدار. 1. أجد المسافة التي قطعها العجل 2. أجد عدد الدورات التي دارها العجل إذا كان قطره = 80 سم.

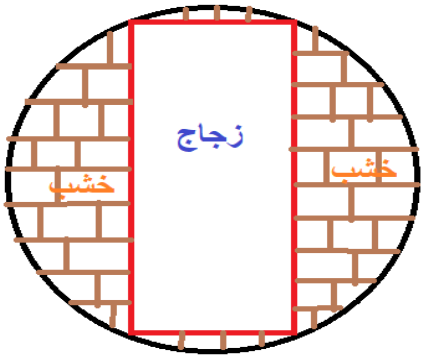
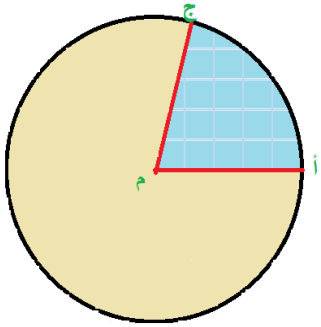
3.7.4 المادة الإثرائية للمعيار الرئيسي الثالث من معايير عملية حل المشكلات

يتكون المعيار الرئيس الثالث لعملية حل المشكلات والمتعلق بتطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات من خمسة مؤشرات، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية أن مؤشرين اثنين منها لم يتوافرا في الوحدة، وبهذا تكون نسبة المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة والتي تخص المعيار الرئيس الثالث تعادل (40%) من

مؤشراته، وبناء على نتائج التحليل هذه؛ تم إثراء وحدة الدائرة بإدراج نشاط واحد يتعلق بكل مؤشر من مؤشرات المعيار الرئيس الثالث غير المتوافرة في الوحدة، كما يظهر في الجدول (20.4) الآتي:

الجدول (20.4): **المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الثالث من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات**

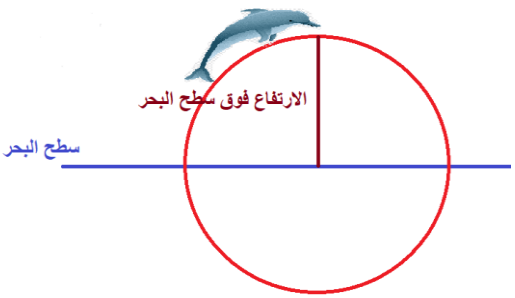
المعيار الرئيس الثالث: تطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.3	تتطلب المشكلة التعاون بين الطلبة والعمل مع الجماعة.	يريد فريق من المهندسين تصميم عدة نوافذ لفندق على أن تتخذ شكل الرباعي الدائري، على أن تكون المساحة بين الرباعي والدائرة من الخشب والمساحة داخل الرباعي من الزجاج، كما هو موضح في الشكل أدناه. فليقم بالتصميم عدة مجموعات من الطلاب، وكل مجموعة عليها إيجاد النسبة المئوية للزجاج في النافذة والنسبة المئوية للخشب فيها ومشاركة النتائج مع الطلاب.

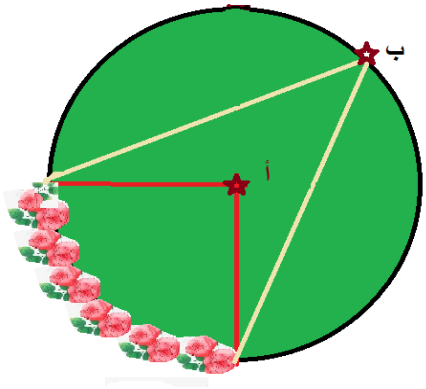
		 **الشكل (45.4):** نافذة عل شكل رباعي دائري. إذا قرر أصحاب الفندق باختيار التصميم الذي تكون فيه نسبة الزجاج هي النسبة الأقل، فمن هو الفريق الفائز؟
2.3	تتطلب المشكلة اقتراح طرق أو استراتيجيات أخرى للحل.	في الشكل أدناه دائرة مركزها (م)، القطاع الدائري المظلل بالأزرق تعادل مساحته خمس مساحة الدائرة التي يبلغ نصف قطرها (5 سم)، وقياس الزاوية المركزية (أ م ج) = $(72)^0$، أما طول القوس (أ ج) فيعادل (6.28 سم). أجد مساحة القطاع الدائري المظلل بالأزرق بثلاث طرق مختلفة.  **الشكل (46.4):** قطاع دائري.

4.7.4 المادة الإثرائية للمعيار الرئيسي الرابع من معايير عملية حل المشكلات

يتكون المعيار الرئيس الرابع لعملية حل المشكلات والمتعلق بملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها من أربعة مؤشرات فرعية، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية أن هذه المؤشرات الأربعة لم يتوافر أي منها في الوحدة، وبهذا تكون نسبة المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة والتي تخص المعيار الرئيس الرابع تعادل (100%) من مؤشراته، وبناء على نتائج التحليل هذه؛ تم إثراء وحدة الدائرة بإدراج نشاط واحد فقط يتعلق بكل مؤشر من مؤشرات المعيار الرئيس الرابع غير المتوافرة في الوحدة، أي أنه تم اقتراح أربعة أنشطة إثرائية تخص المعيار الرئيس الرابع ويتضح ذلك في الجدول رقم (21.4) الآتي:

الجدول (21.4): **المادة الإثرائية للمعيار الرئيس الرابع من معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات**

المعيار الرئيس الرابع: **ملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها.**		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.4	تتطلب المشكلة التأمل في معقولية الجواب.	إذا علمت أن نوعا من الدلافين يستطيع القفز فوق سطح الماء لارتفاع يصل إلى أربعة أمتار على الأكثر، وأنه تم تدريب هذا النوع من الدلافين لإكمال الدوران في دائرة نصفها فوق سطح الماء ونصفها الآخر تحته، كما هو موضح في الصورة أدناه. أجد ارتفاع قفزة الدولفين فوق سطح الماء في الحالات الآتية وأتحقق من معقولية الجواب في كل مرة: 1. صنع الدولفين دائرة مساحتها = 28.26م^2 2. صنع الدولفين دائرة مساحتها = 78.5 م^2 3. صنع الدولفين دائرة مساحتها = 0.785 م^2  **الشكل (47.4):** قفزة الدولفين فوق سطح الماء.

4.2	تتطلب المشكلة التأكد من صحة الحل.	حديقة دائرية كما في الشكل أدناه، زرع ربع محيطها بالزهور، وضع مركزان لرش الزهور بالمياه في النقطتان (أ) و (ب)، ترش النقطة (أ) المياه على الزهور وفقا للمعادلة الآتية: ف = 0.3 ز + 0.005 س أما النقطة (ب) فترش المياه على الزهور وفقا للمعادلة الآتية: ف = 0.2 ز + 0.004 س حيث ف هي المسافة (خط الزهور على محيط الدائرة)، ز هي الزمن المستغرق في عملية الرش بالثانية، س هي الزاوية المقابلة للقوس. إذا بدأت أ برش الزهور من اليمين وبدأت ب برش الزهور من اليسار فمتى تلتقيان وتنهيان رش الزهور بالماء علما أن محيط الدائرة = 200 π ثم أجد المسافة التي رشتها النقطة أ وكذلك المسافة التي رشتها النقطة ب ، ثم أتحقق من صحة الحل  **الشكل (48.4):** حديقة زهور.

4.3	تتطلب المشكلة توضيح الحل بالرسم أو تنظيم النتائج في جدول.	وضع طبق دائري الشكل في صندوق قاعدته مربعة الشكل، طول ضلعها 24 سم، بحيث أن محيط الطبق يمس جوانب الصندوق، جد بعد مركز الطبق عن رأس قاعدة الصندوق. وضح الحل بالرسم. (وزارة التربية والتعليم/ المملكة الأردنية الهاشمية، 2016، كتاب الرياضيات للصف العاشر، ص. 57)
4.4	تتطلب المشكلة من الطالب تحديد المعطيات أو المعلومات الزائدة في المشكلة.	أراد رجل تصميم حوض لإطعام الماشية، المقطع العرضي له يأخذ شكل نصف دائرة، والحوض عبارة عن نصف اسطوانة مقطوعة بشكل طولي، حجم الاسطوانة = (282600 سم^3)، وطول الوعاء = 1 متر، وارتفاع قاع الوعاء عن سطح الأرض = 37 سم 1. ما هو حجم الوعاء؟ 2. ما هو طول قطر الدائرة في المقطع العرضي؟ 3. لو أراد الرجل ملء الحوض بالماء، فما هي مساحة سطح الماء في الحوض؟ 4. ما هي المعلومة الزائدة في السؤال؟ **الشكل (49.4):** حوض لإطعام الماشية.

8.4 ملخص الإجابة على سؤال الدراسة الرابع

يتعلق سؤال الدراسة الرابع بإثراء محتوى وحدة الدائرة فيما يخص عملية حل المشكلات وفق المعايير التي أشار إليها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)، حيث وضح المجلس أن معايير عملية حل المشكلات تتكون من أربعة معايير رئيسة، ويتفرع عن كل معيار رئيس عدد من المؤشرات، وقد أشارت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية إلى أن بعض تلك المؤشرات متوافر في الوحدة، وبعضها الآخر غير متوافر، ولتحقيق هدف الدراسة الرابع وهو: (إعداد مادة إثرائية مقترحة في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) لوحدة الدائرة من منهاج الصف التاسع الأساسي لعملية حل المشكلات)، قامت الباحثة من خلال أداة الدراسة الرابعة بإثراء وحدة الهندسة من خلال اقتراح أنشطة تخص تلك المؤشرات غير المتوافرة في الوحدة. ويوضح الجدول رقم (22.4) الآتي عدد الأنشطة الإثرائية لكل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة، والتي كان بعضها من اجتهاد الباحثة والبعض الآخر مقتبس من مناهج عربية تعود للملكة الأردنية الهاشمية، ولجمهورية مصر العربية.

الجدول (22.4): **عدد الأنشطة الإثرائية لكل معيار رئيس من معايير (NCTM) لمحتوى الهندسة**

رقم المعيار	المعيار الرئيس	عدد المؤشرات غير المتضمنة في الوحدة	عدد الأنشطة الإثرائية المقترحة	عدد الأنشطة الإثرائية المقترحة والتي كانت من اجتهاد الباحثة	عدد الأنشطة الإثرائية المقترحة والتي كانت من مناهج عربية وعالمية
1	تحليل خصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية فيما بينها.	2	2	1	1
2	تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات.	2	2	2	0
3	تطبيق التحويلات واستخدام التناظر لتحليل المواقف الرياضية.	2	2	2	0
4	استخدام التصور والتفكير المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات.	4	4	3	1
المجموع		10	10	8	2

نلاحظ من الجدول (22.4) أن عدد المؤشرات غير المتضمنة في الوحدة بالنسبة للمعيار الرئيس الأول يعادل مؤشران اثنان، لذلك اقترحت الباحثة نشاطين إثرائيين، أحدهما من اجتهاد الباحثة، والآخر مقتبس من المنهاج المصري،

أما بالنسبة للمعيارين الرئيسين الثاني والثالث، فيتضح من الجدول (22.4) أنه تم اقتراح نشاطين إثرائيين لكل منهما، وقد كانت هذه الأنشطة من اجتهاد الباحثة.

أما المعيار الرئيس الرابع، والتي يوضح الجدول (22.4) أن عدد المؤشرات غير المتضمنة في الوحدة والمتعلقة بهذا المعيار يعادل أربعة مؤشرات، لذلك اقترحت الباحثة أربعة أنشطة إثرائية، كانت ثلاثة أنشطة منها من اجتهاد الباحثة، أما النشاط الرابع منها فتم اقتباسه من المنهاج الأردني.

الفصل الخامس

مناقشة النتائج والتوصيات

هدفت هذه الدراسة إلى تحليل وإثراء محتوى وحدة الدائرة (الدائرة) من المنهاج الفلسطيني للصف التاسع الأساسي في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)، ولتحقيق أهداف الدراسة تمت صياغة أربعة أسئلة بحثية، وقد تمت الإجابة عليها في الفصل الرابع من الدراسة الحالية.

ويتناول هذا الفصل مناقشة النتائج التي توصلت إليها الدراسة، وعرض بعض التوصيات والمقترحات في ضوء نتائج الدراسة.

1.5 مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الأول

تتكون معايير المحتوى الخاصة بالهندسة والتي اقترحها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) من أربعة معايير رئيسة، ويتفرع من كل معيار رئيس عدد من المعايير الفرعية تسمى مؤشرات. وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الأولى أن المعيار الرئيس الأول المتعلق بتحليل خصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية فيما بينها، قد حاز على (42) تكرارا من أصل (63) تكرارا،

أي أنه توافر في الوحدة بنسبة مئوية تعادل (66.7%)، وهي نسبة أعلى من النسب الأخرى المتعلقة بتوافر كل من المعايير الرئيسة الثاني؛ الثالث؛ والرابع، وهي (30.2%؛ 0%؛ 3.2%) على الترتيب، وتُرجع الباحثة السبب في ذلك إلى أن المعيار الرئيس الأول هو صاحب أكبر عدد من المؤشرات الفرعية والبالغ عددها (39) مؤشر، إذ أن المعايير الرئيسة الأخرى الثاني والثالث والرابع لديها (11، 6، 7) مؤشر فرعي على الترتيب، أي أن المعيار الرئيس الأول يمتلك عددا من المؤشرات يفوق مؤشرات باقي المعايير الرئيسة مجتمعة.

وقد حققت الوحدة الهندسية المتعلقة بالدائرة (17) مؤشرا من مؤشرات المعيار الرئيس الأول, كان أكثر هذه المؤشرات تكراراً هو المؤشر رقم (13.1) في الجدول رقم (1.4)، والذي ينص على (إيجاد قيمة الزاوية المركزية أو الزاوية المحيطية في الدائرة بناء على معطيات معينة)، حيث تكرر (14) مرة بنسبة بلغت (33.3%)، وقد حصل المؤشر رقم (18.1) والذي ينص على (إيجاد قياس الزوايا المجهولة في الشكل الرباعي الدائري)، على ثاني أعلى نسبة تكرار، حيث تكرر ست مرات، بنسبة تعادل (14.3%)، وترى الباحثة أنه من الطبيعي أن يحصل هذان المؤشران على أعلى نسبة تكرار لأن مهارة إيجاد الزوايا المجهولة يجب التركيز عليها باستمرار وفي جميع الدروس إن أمكن، وذلك لأن الطالب يستخدم أثناء محاولته إيجاد الزاوية المجهولة جميع المعرفة السابقة التي يمتلكها.

ومن المؤشرات التي لم تتواجد في وحدة الدائرة والتي تخص المعيار الرئيس الأول (وعددها 22 معيارا)، كان سبعة مؤشرات منها تتعلق بالبرهان (الإثبات)؛ وهي المؤشرات: (17.1)؛

(20.1)؛ (23.1)؛ (27.1)؛ (29.1)؛ (36.1)؛ (39.1)، الموضحة في الجدول رقم (1.4)، حيث يؤخذ على الكتاب المدرسي قلة الاهتمام بإثبات أو برهان بعض النظريات المهمة في الدائرة، وذلك أن عملية التبرير والبرهان هي إحدى العمليات الخمسة التي وضعها وأكد عليها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)، حيث أوصى بأن يكون التبرير والبرهان جزءا من منهج الرياضيات في جميع المراحل من (الصف التمهيدي وحتى الصف 12)، وأن على الطالب أن يكون قادرا على تطوير وتقييم الحجج والبراهين الرياضية؛ واختيار واستخدام أنواع مختلفة من التفكير وطرق الإثبات. وفي بريطانيا؛ كان بعض المعلمين عام (1994) يطالبون بالتخلي عن البرهان بحجة أنه يتعارض مع روح الإبداع والاكتشاف، ولكن رداً على هذا الاتجاه؛ قام كلٌ من جمعية لندن الرياضية (The London Mathematical Society)؛ معهد الرياضيات وتطبيقاتها (the Institute of Mathematics and its Applications)؛ والجمعية الملكية للإحصاء (the Royal Statistical Society)، بنشر ورقة مشتركة عام (1995)؛ أعربت فيها عن قلقها لما أسمته "تصور مختلف لماهية الرياضيات – ولا سيما المكانة الأساسية فيها للدقة والبرهان"، كما أعلنت الورقة أن التخلي عن تعليم البرهان لطلاب المدارس يؤدي إلى الفشل في إعدادهم للرياضيات الجامعية (Hanna, 2000).

وكان خمسة مؤشرات من المؤشرات غير المتواجدة في وحدة الدائرة تتعلق بموضوع مماس الدائرة أو الزاوية المماسية، وهي المؤشرات: (33.1)؛ (34.1)؛ (35.1)؛ (36.1)؛ (39.1)،

الموضحة في الجدول رقم (1.4)، ويؤخذ على الكتاب المدرسي إهمال موضوع مماس الدائرة وعدم التطرق إليه في الوحدة.

كما أن ثلاثة مؤشرات أخرى من المؤشرات غير المتواجدة في وحدة الدائرة كانت تتعلق بتطبيق خصائص المثلث المتساوي الساقين في الدائرة، وهي المؤشرات: (24.1)؛ (25.1)؛ (26.1)، الموضحة في الجدول رقم (1.4)، وترى الباحثة أن هذه المؤشرات تتعلق بعملية ترابط مواضيع الرياضيات وإظهارها ككل متكامل، وإن عملية الترابط هذه (Connection) هي إحدى العمليات الخمس التي أكد عليها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM). كما ترى الباحثة أن هناك مؤشرات أخرى لم تتواجد في الوحدة وتتعلق بعملية الترابط وهذه المؤشرات هي المؤشر رقم (8.1) والمتعلق بالعلاقة بين الدائرة والأشكال الهندسية ثنائية الأبعاد الأخرى، كالعلاقة بين الدائرة والمثلث؛ الدائرة والمربع، والمؤشر رقم (21.1) والمتعلق باستكشاف العلاقة بين الشكل الرباعي الدائري والأشكال الهندسية الرباعية الأخرى كمتوازي الأضلاع والمعين والمربع.

ومن المؤشرات غير المتواجدة في الوحدة كذلك؛ المؤشر رقم (3.1) والمؤشر رقم (5.1)، وهذان المؤشران يتعلقان بمحاور التماثل في الدائرة والتطابق، وترى الباحثة أنه ورغم أهمية الشكل الدائري؛ إلا أنه يتم استثناءه عند شرح موضوع محاور التماثل في الأشكال الهندسية، وكذلك عند الحديث عن التطابق في مناهج الرياضيات الفلسطينية.

ويتعلق المؤشر رقم (2.1) والذي ينص على (تحديد رمز الدائرة ونقطة المركز والأقطار والأوتار والأقواس في الدائرة) بالمعرفة السابقة عند الطلبة، وهذا المؤشر لم يتوافر في وحدة

الدائرة، وترى الباحثة أنه من الأهمية أن يتم الاهتمام بالمعرفة السابقة لدى الطلبة. حيث تؤثر جودة المعرفة السابقة بشكل إيجابي على اكتساب المعرفة والقدرة على تطبيق مهارات حل المشكلات المعرفية العليا (Hailikari et al., 2008, p.1).

كذلك لم يتواجد المؤشر رقم (6.1) والذي ينص على (استكشاف العلاقة بين الدائرة والخط المستقيم (يقطعها/ يمسها/ يقع خارجها)، وترى الباحثة أن هذا المؤشر على درجة كبيرة من الأهمية، حيث أن هناك ثلاث حالات لعلاقة المستقيم بالدائرة؛ وإن إحدى هذه الحالات هي المستقيم الذي يمس الدائرة، لذلك فإن موضوع علاقة الدائرة بالمستقيم يصلح أن يكون كمقدمة لموضوع مماس الدائرة.

ولم يتواجد أيضا المؤشر رقم (11.1) والذي ينص على (استكشاف علاقة الزاوية المركزية بالقوس المقابل لها في الدائرة)، إذ أن وحدة الدائرة لم تتطرق لموضوع أقواس الدائرة، وترى الباحثة أن موضوع أقواس الدائرة مهم جدا وذلك لعلاقته الوطيدة بموضوع الزوايا المركزية في الدائرة.

وفيما يخص المعيار الرئيس الثاني المتعلق بتحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات وأنظمة التمثيل الأخرى؛ فقد حاز على (19) تكرارا من أصل (63) تكرارا، أي أنه توافر في الوحدة بنسبة مئوية تعادل (30.2%).

وبشكل عام فإن المعيار الرئيس الثاني كان المعيار الذي حاز على أعلى نسبة مئوية بخصوص عدد المؤشرات الفرعية الخاصة به والمتواجدة في الوحدة، حيث أن هذا المعيار يتكون من (11)

مؤشر فرعي، وقد تواجد في وحدة الدائرة تسعة مؤشرات فرعية منها، أي أن وحدة الدائرة قد حققت (81.8%) من المؤشرات الفرعية لهذا المعيار الرئيس.

وقد أظهرت نتائج التحليل أن المؤشرات الفرعية الخاصة بالمعيار الرئيس الثاني والمتواجدة في وحدة الدائرة قد تواجدت في الوحدة بنسبة مئوية متفاوتة لكل مؤشر، كان أعلاها المؤشران (9.2) و(10.2)، في الجدول رقم (2.4) اللذان ينصّان على (تحديد فيما إذا كانت العلاقة المعطاة تمثل معادلة دائرة أم لا)، و(حل المسائل التي تنطوي على معادلة الدائرة لإيجاد المركز ونصف القطر) على الترتيب، حيث تكرر كل منهما خمسة مرات، بنسبة مئوية تعادل (26.3%)، يليهما المؤشران (6.2) و(8.2) واللذان ينصان على (إيجاد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة مثل (د،هـ)) و(إيجاد معادلة الدائرة بالصورة القياسية) بالترتيب، واللذان حازا على نسبة مئوية تعادل (10.5%) لكل منهما، وهذه المؤشرات الأربعة الأعلى تكرارا جميعها تتعلق بمعادلة الدائرة، وترى الباحثة أنه تم الاهتمام بموضوع معادلة الدائرة في كتاب الرياضيات للصف التاسع بشكل جيد.

ولكن تريد الباحثة تسليط الضوء هنا على المؤشر الفرعي رقم (11.2) والذي ينص على (توظيف الهندسة الإحداثية في حل مسائل خاصة بالدائرة في السياق الواقعي)، حيث أنه تكرر مرة واحدة فقط بنسبة مئوية تعادل (5.3%)، وهنا ترى الباحثة أنه من الضروري بذل المزيد من الاهتمام بربط الرياضيات بالحياة الواقعية. إذ إن أحد أهم أهداف تدريس مادة الرياضيات هو إعداد الطلبة لتلبية المتطلبات الرياضية للحياة اليومية، فقد قام المجلس القومي لمعلمي

الرياضيات (NCTM, 2000) (كما ورد في سبيرو (Sparrow, 2008)) بتسليط الضوء على هذا الهدف عندما أعلن أن الحاجة إلى فهم الرياضيات والقدرة على استخدامها في الحياة اليومية وفي مكان العمل أكبر من أي وقت مضى.

وفيما يخص المعيار الرئيس الثالث المتعلق بتطبيق التحويلات الهندسية، والمكون من ستة مؤشرات فرعية، فلم يتواجد أيا من مؤشراته في الوحدة كما يظهر من الجدول رقم (3.4). وقد أشار هوليبراندز (Hollebrands, 2003, p.55) إلى ثلاثة أسباب تجعل تضمين موضوع التحويلات الهندسية في مناهج المرحلة الثانوية مهماً جداً، وهي: (1) توفر التحويلات الهندسية للطلاب فرصا للتفكير في مفاهيم رياضية مهمة كالإقترانات والتماثل؛ (2) كما توفر سياقا يمكن من خلاله أن يرى الطلاب الرياضيات كسياق مرتبط؛ (3) كما توفر أيضا فرصا للانخراط في أنشطة تفكير عالية المستوى باستخدام مجموعة متنوعة من التمثيلات.

وقد أشار بيترسون (كما ورد في جيوفن (Guven, 2012, p.366))، إلى أن التحويلات الهندسية تشجع الطلاب على استكشاف المفاهيم الرياضية المجردة كالتطابق؛ التناظر؛ التشابه؛ والتوازي، وإثراء تجربة الطلبة الهندسية وفكرهم وخيالهم، وبالتالي تعزيز قدراتهم المكانية.

في المنهاج الفلسطيني، يوجد درس واحد في كتاب الرياضيات للصف السابع يتعلق بالانسحاب والانعكاس، كما يوجد درسين آخرين في كتاب الصف العاشر أحدهما يتعلق بالانسحاب والآخر يتعلق بالانعكاس، وهذا هو كل شيء بالنسبة للتحويلات الهندسية في منهاج الرياضيات الفلسطيني، وترى الباحثة أن موضوع التحويلات الهندسية يحتاج إلى المزيد من الاهتمام، ويؤخذ

على كتاب الرياضيات الفلسطيني استثناء الدائرة من الأشكال الهندسية التي يتناولها أثناء شرح موضوع التحويلات الهندسية.

أما فيما يتعلق بالمعيار الرئيس الرابع الذي يتعلق باستخدام التصور والتفكير المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات، فقد حاز على تكراران اثنان من أصل (63) تكرارا، أي أنه توافر في الوحدة بنسبة مئوية تعادل (3.2%)، وقد حققت الوحدة الهندسية المتعلقة بالدائرة مؤشرا فرعيا واحدا فقط من المؤشرات الفرعية السبعة الخاصة بالمعيار الرئيس الرابع وهو المؤشر رقم (7.4)، الذي ينص على (استخدام الدائرة في مجالات الرياضيات الأخرى) والذي تكرر مرتان، كما يظهر في الجدول (4.4)، وقد تعلقت إحدى المجالات الرياضية الأخرى بالجبر؛ والأخرى بنقطة المنتصف في قطعة مستقيمة، أما المؤشرات الستة التي لم تتواجد في الوحدة؛ فتتعلق جميعها بالرسم، ثلاثة منها تتعلق بالدائرة والمثلث وهي المؤشرات: (2.4)؛ (3.4)؛ (4.4)، الظاهرة في الجدول رقم (4.4) التي تنص على: رسم دائرة داخل مثلث تمس أضلاعه من الداخل؛ رسم دائرة خارج مثلث رؤوسه تقع على الدائرة؛ ورسم مثلث متساوي الساقين داخل دائرة، على الترتيب، وثلاثة مؤشرات أخرى وهي: (1.4)؛ (5.4)؛ و(6.4)، فتتعلق برسم الشكل الرباعي الدائري؛ رسم زاوية مركزية أو زاوية محيطية في الدائرة؛ ورسم زاوية محيطية على قطر في الدائرة، على الترتيب. إذ يعتبر الرسم من أكثر العمليات أهمية في موضوع الهندسة (Mamatov, et al., 2021, p.57).

وإن رسم الأشياء سابقة الذكر يساعد الأشخاص على تذكرها، ويتفوق الرسم على أنشطة القراءة والكتابة لأنه يجبر الشخص على معالجة المعلومات بطرق متعددة: بصريًا وحركيًا ولفظيا، ويعتبر رسم المعلومات وسيلة قوية لتعزيز الذاكرة، وزيادة الاسترجاع بمقدار الضعف تقريبًا، كما أن الرسم في الرياضيات لا يعتمد على مستوى الموهبة الفنية لدى الطلبة، مما يشير إلى أن إستراتيجية الرسم قد تعمل مع جميع الطلبة، وليس فقط أولئك الموهوبون في الرسم (Terada, 2019).

كما ترى الباحثة أن استخدام المسطرة والفرجار والمنقلة له أهمية كبيرة ليس في موضوع الرياضيات فحسب بل في أمور الحياة الواقعية أيضا.

2.5 مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني

تعتبر عملية حل المشكلات في الرياضيات جزءاً مهما من السلوك الفكري للفرد، ولها أهمية خاصة في تعليم الرياضيات، حيث يتم تعليم حل المشكلات الرياضية للطلبة لتطوير قدرة عامة في حل مشاكل الحياة الحقيقية وتطبيق الرياضيات في مواقف الحياة اليومية (Gurat & Medula, 2016).

تتكون معايير عملية حل المشكلات التي اقترحها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) من أربعة معايير رئيسة، ويتفرع من كل معيار رئيس عدد من المعايير الفرعية أو

المؤشرات، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية أن المعيار الرئيس الأول والمتعلق ببناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة، قد حاز على سبعة تكرارات من أصل (26) تكرارا، أي أنه توافر في الوحدة بنسبة مئوية تعادل (26.9%)، وقد أظهرت نتائج الدراسة أن المؤشر رقم (2.1)، الموضح في الجدول رقم (7.4)، والذي ينص على (بناء معرفة مفاهيمية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة)؛ هو الأعلى تكرارا حيث تكرر أربعة مرات بنسبة مئوية تعادل (57.1%)، كما أظهرت النتائج أن المؤشر رقم (3.1) والذي ينص على (بناء معرفة إجرائية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة)؛ قد تكرر ثلاث مرات بنسبة مئوية تعادل (42.9%)، وتعتبر الباحثة هذه النتيجة تركيزا من المناهج الفلسطينية على المعرفة المفاهيمية تليها المعرفة الإجرائية، ويؤخذ على الكتاب المدرسي قلة الاهتمام بالمعرفة الحقائقية والمعرفة فوق الذهنية، حيث أن المؤشران (1.1) و(4.1) والمتعلقان بالمعرفة الحقائقية والمعرفة فوق الذهنية لم يتواجدا في الوحدة.

وتعتبر الباحثة أن الاهتمام بالمعرفة الحقائقية لا يقل أهمية عن الاهتمام بباقي أنواع المعرفة. إذ تعتبر المعرفة الحقائقية أكثر أنواع المعرفة شيوعا والتي يتوقع من الطلاب تعلمها، ويمكن وصفها بأنها المعلومات الأساسية حول موضوع أو تخصص معين يجب أن يكون الطلاب على دراية به، وقد يشمل ذلك المصطلحات والتفاصيل أو العناصر المحددة للموضوع، ويعد اكتساب المعرفة الحقائقية أمرًا مهمًا للطلاب لأنه بمثابة لبنات بناء أساسية لفهم أكبر للعلاقات بين المعلومات المهمة التي تحدد موضوعًا ما (Hew & Cheung, 2014).

وترى الباحثة أن الكتاب المدرسي لم يقدم الاهتمام الكافي بالمعرفة فوق الذهنية. حيث يعزو بعض الباحثين كجارت وميديولا (Gurat & Medula, 2016) فشل بعض الطلبة في عملية حل المشكلات عمومًا إلى الفشل في اختيار الطريقة الأكثر فاعلية في الحل؛ وتنظيم العمليات الحسابية؛ وفهم حقيقة المشكلة؛ وتحليل المعطيات؛ ومراقبة العمليات التي يتم تنفيذها، وبمعنى آخر؛ وُجد أن هناك علاقة قوية بين حل المشكلات والمعرفة فوق الذهنية، فالمعرفة فوق الذهنية ضرورية جدا وتعتبر العامل الأساسي للوصول إلى التعلم الناجح فيما يتعلق بحل المشكلات.

كما أن نجاح الطلبة في عملية حل المشكلات في الرياضيات لا يعتمد فقط على القدرة المعرفية؛ بل يحتاج أيضا إلى مراقبة التفكير الذاتي وتنظيم العمليات المعرفية، أي أن النجاح في تعلم حل المشكلات يحتاج إلى المعرفة فوق الذهنية والتي يمكن تعريفها على أنها التفكير في التفكير أو الإدراك حول الإدراك (Izzati & Mahmudi, 2018).

وفيما يخص المعيار الرئيس الثاني، المتعلق بحل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى، فلم يتحقق من مؤشراته الثلاث سوى مؤشراً واحداً؛ وهو المؤشر رقم (3.2)، الموضح في الجدول رقم (8.4)، والذي ينص على (توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل المشكلات من الحياة اليومية)، وقد تكرر خمسة مرات، وترى الباحثة أنه من المفيد توظيف الرياضيات وخاصة الدائرة في حل المشكلات اليومية، وذلك لأهمية ربط الرياضيات بالحياة اليومية للطلبة، لإعطاء معنى لعملية تعلم الرياضيات.

أما المؤشران (1.2) و(2.2) واللذان يتعلقان بحل المشكلات في موضوعات رياضية وحقول معرفية أخرى، فلم يتواجدا في وحدة الدائرة، وترى الباحثة أن هذان المؤشران يتعلقان بعملية الترابط الرياضي؛ وهي إحدى العمليات الخمس التي اقترحها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، وهنا ترى الباحثة أن هناك علاقة قوية تربط عمليتي حل المشكلات والترابط الرياضي، إذ أن المعيار الرئيس الثاني من المعايير الرئيسة الأربعة المتعلقة بمعايير حل المشكلات ينص على ضرورة وجود ترابط بين الأفكار الرياضية في موضوع معين مع أفكار رياضية في مواضيع رياضية أخرى ليظهر الرياضيات أمام الطلبة ككل متماسك، بالإضافة إلى ضرورة ترابطه مع العلوم الأخرى.

أما المعيار الرئيس الثالث المتعلق بتطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات، فقد توافرت ثلاثة مؤشرات من مؤشراته الخمسة، وهي المؤشرات (3.3)؛ (4.3)؛ (5.3)، الموضحة في الجدول رقم (9.4)، وتتعلق المؤشرات الثلاث المتوافرة بتجزئة المشكلة إلى مشكلات فرعية؛ تضمن المشكلة لأكثر من مطلوب واحد؛ واحتواء المشكلة على رسومات توضيحية أو جداول، على الترتيب.

أما المؤشر رقم (1.3) والذي ينص على (تتطلب المشكلة التعاون بين الطلبة والعمل مع الجماعة) فلم يتواجد في الوحدة رغم أهميته الكبيرة في التعلم لدى الطلبة. حيث يساعد التعلم التعاوني الطلاب على التعلم بشكل أفضل، لذلك يجب على المعلمين التخطيط للأنشطة التي تمنح الطلبة الفرصة للعمل والتعاون معا للتعلم من بعضهم البعض، ولا تقتصر الفائدة من التعلم

التعاوني بين الطلبة على تطوير مهارات التفكير العليا لديهم فحسب؛ بل إن التعلم التعاوني يؤثر بشكل إيجابي على تحصيل الطلبة، ويعزز ثقتهم بأنفسهم وتقديرهم لذاتهم، ويحسن مهاراتهم الاجتماعية والشخصية، كما يعمل التعلم التعاوني على تعليم الطلبة كيفية العمل مع أنواع مختلفة من المتعلمين وتطوير مهاراتهم القيادية (Gates, 2018).

ولم يتواجد في وحدة الدائرة كذلك؛ المؤشر رقم (2.3) والذي ينص على (تتطلب المشكلة اقتراح طرق أو استراتيجيات أخرى للحل)، وترى الباحثة أن تعليم الطلبة استخدام أكثر من إستراتيجية في حل المشكلة أو تعليمهم الوصول إلى الحل الصحيح بعدة طرق ربما يساعد الطلبة على التعلم بعمق واتساع أكبر. وقد أشار معهد علوم التربية The Institute of Education Sciences (IES) إلى أن الطلبة الذين يتعلمون استخدام استراتيجيات متعددة في حل المشكلات الرياضية هم أقدر على التعامل مع المشكلات بسهولة؛ ولديهم مرونة أكبر في إيجاد الحلول، ويجب على المعلمين إثبات أن المشكلات يمكن حلها بطرق متعددة؛ كما أن عليهم تقديم عدد من استراتيجيات حل المشكلات للطلاب ومن ثم منحهم الفرصة للمقارنة بينها وتنفيذها، حيث أن تعرض الطلبة بانتظام لمشاكل تتطلب استراتيجيات متنوعة يعلمهم طرقا مختلفة لحل المشكلات؛ وبالتالي يصبح هؤلاء الطلبة أكثر كفاءة في اختيار الطرق المناسبة لحل المشكلة (IES, 2018).

أما المعيار الرئيس الرابع والمتعلق بملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها؛ فلم تتواجد أياً من مؤشراته الأربعة في وحدة الدائرة، كما يظهر في الجدول رقم (10.4)، وأول

المؤشرات غير المتواجدة هو المؤشر رقم (1.4) والذي يتعلق بالتأمل في معقولية الجواب. فالتأمل في معقولية الجواب يتم استخدامه في الحياة اليومية؛ مثل التفكير في مدى معقولية التكلفة الإجمالية للفاتورة في مطعم أو في محل بقالة، وقد تم التأكيد على تدريب الطلبة على التأكد من معقولية الجواب في الولايات المتحدة الأمريكية من قبل العديد من الجهات ومنذ قرن تقريبا، حيث أكدت اللجنة الوطنية للمتطلبات الرياضية National Committee on Mathematical Requirements (NCMR) في عام (1923م) على أن تدريب الطلبة على التأمل في معقولية الجواب هو أحد أهداف تعليم الرياضيات، كما قام المجلس الوطني لمشرفي الرياضيات National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM) في عام (1977م) بتضمين عملية الحكم على معقولية الجواب كواحدة من المهارات الأساسية العشر التي يحتاج كل شخص إلى تطويرها، وأيضا قام المجلس الوطني لمدرسي الرياضيات (NCTM) بتسليط الضوء على الحاجة إلى تطوير حس الأعداد من أجل الحكم على مدى معقولية الإجابة في عام (1989م)، وفي عام (2000م) ذكرت مبادئ ومعايير (NCTM) للرياضيات المدرسية أن جميع الطلاب يجب أن يكونوا قادرين على الحكم على معقولية النتائج (Alajmi & Reys, 2007).

وثاني المؤشرات غير المتواجدة في وحدة الدائرة هو المؤشر رقم (2.4) والذي يتعلق بطلب التأكد من صحة الحل. حيث أنه يجب على كل من المعلمين وأولياء الأمور تعليم طلابهم أو أطفالهم كيفية التحقق من الحلول لمشاكل الرياضيات التي يقومون بحلها، كما أن فحص الحل

للتأكد من صحته يتيح للطالب ممارسة إضافية في حل مسائل الرياضيات، ويؤدي تحقق الطلبة من صحة الحل المتعلق بالمهمات الدراسية والاختبارات إلى تعزيز درجاتهم الأكاديمية، ويحصل الطلاب الذين يراجعون حلولهم بانتظام على إرضاء الذات بسرعة عندما يثبت لهم أن حلولهم صحيحة، كما يتم تعزيز ثقة الطالب بنفسه، وإذا كان هناك حد زمني للاختبار الذي يخضع له الطالب، فيجوز للطالب إكمال حل جميع المشكلات قبل التحقق من بعض الحلول، ويجب إخبار الطلاب والأطفال أن فحص الحلول سيكون له تأثير إيجابي في حياتهم المهنية في المستقبل اعتمادًا على المهنة التي يسعون إليها، كما يجب أن يعرفوا أن فحص الحلول قد يكون قرارًا منقذًا للحياة (Ramirez, 2017).

أما ثالث المؤشرات المتعلقة بالمعيار الرئيس الرابع وغير المتواجد في الوحدة هو المعيار رقم (3.4) والمتعلق بتوضيح الحل بالرسم أو تنظيم النتائج في جدول. ويعتبر الرسم إستراتيجية قوية في حل المشكلات الرياضية، وهو يدعم كذلك موضوع التمثيلات المتعددة للمشكلة، كما أن الرسم يساعد على تنظيم المعلومات أثناء حل المشكلة، وبإمكانه أيضا جعل المعلومات المفقودة والضمنية (كالعلاقات بين الأشياء) صريحة لذلك، فهو يعمق الفهم ويسهل الأنشطة التي تحتاج إلى شرح (Krawitz & Schukajlow, 2020).

كما أن تنظيم النتائج في جدول هو أمر مفيد وفعال خاصة عند حل المشاكل التي تنطوي على العلاقات العددية، حيث يكون من السهل التعرف على الأنماط والعلاقات بين الأرقام (CK–12, 2014).

أما رابع المؤشرات المتعلقة بالمعيار الرئيس الرابع وغير المتواجد في الوحدة هو المعيار رقم (4.4) والمتعلق بتحديد المعطيات أو المعلومات الزائدة في المشكلة، فترى الباحثة أن هذا المؤشر مهم لأنه يدفع الطلبة باتجاه الفهم العميق للمشكلة والتمعن فيها. وقد أشارت ديبيللو (Dipillo, 2009, p.184) إلى أن تقديم معلومات زائدة في المشكلة أو المسألة الكلامية للطلبة يجعلها مسألة غير روتينية؛ وهذه المسائل غير الروتينية تطور مهارات التفكير الناقد لدى الطلبة؛ وتزيد من قدرتهم على مواجهة مواقف من الحياة الواقعية.

3.5 مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث

قامت الباحثة ببناء أداة الدراسة الثالثة بعد ظهور نتائج التحليل المتعلقة بالسؤال الأول، وقد تمت مناقشة نتائج الدراسة المتعلقة بالسؤال الثالث من خلال مناقشة نتائج كل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة المتعلقة بمحتوى الهندسة.

يحتوي المعيار الرئيس الأول المتعلق بتحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية على (39) مؤشرا، وقد أظهرت نتائج التحليل أن (22) مؤشرا منها لم تتوافر في وحدة الدائرة، وقد تمت مناقشة أهمية المؤشرات التي لم تتوافر في وحدة الدائرة في البند رقم (2.5) من الفصل الحالي في هذه الدراسة.

وقد احتوى الجدول (13.4) على المادة الإثرائية التي تخص المعيار الرئيس الأول من معايير محتوى الهندسة، وهذه المادة الإثرائية عبارة عن عدد من الأنشطة الإثرائية المتعلقة بالمؤشرات غير المتوافرة في الوحدة، وعدد هذه الأنشطة الإثرائية يعادل (23) نشاطا، وقد تم توزيع هذه النشاطات على المؤشرات التي لم تتوافر في الوحدة والتي يعادل عددها (22) نشاطاً، حيث أن المؤشر رقم (8.1) والذي ينص على (استكشاف العلاقة بين الدائرة والأشكال الهندسية ثنائية الأبعاد الأخرى، كالعلاقة بين الدائرة والمثلث؛ الدائرة والمربع) قد تم إثراؤه بنشاطين اثنين، نشاط يتعلق بالدائرة الذي تمس أضلاع المثلث من الداخل؛ وآخر يتعلق بالدائرة التي تمس أضلاع المربع من الداخل.

وإن عشرة أنشطة من أنشطة الإثراء المتعلقة بالمعيار الرئيس الأول كانت من اجتهاد الباحثة، وهي الأنشطة المتعلقة بالمؤشرات: (2.1)؛ (3.1)؛ (5.1)؛ (8.1)؛ (11.1)؛ (17.1)؛ (20.1)؛ (21.1)؛ (23.1)؛ و(36.1)؛ كما يظهر في الجدول (13.4).

وقد اقتبست الباحثة بعض الأنشطة الإثرائية وعددها (13) نشاطا من مناهج مدرسية معتمدة في دول عربية وأجنبية عديدة، منها أربعة أنشطة من كتاب الرياضيات المدرسي للصف التاسع الأساسي الصادر عن وزارة التربية والتعليم العالي الفلسطينية عام (2011) (أي المنهج الفلسطيني القديم)، وهذه الأنشطة الأربعة تتعلق بالمؤشرات: (24.1)؛ (25.1)؛ (26.1)؛ و(29.1)، وهذه المؤشرات الأربعة تتعلق بخصائص المثلث المتساوي الساقين واستخدامها في الدائرة، كما تتعلق أيضا بعملية البرهان، حيث ترى الباحثة أن كتاب الرياضيات الفلسطيني

القديم الذي قررت وزارة التربية والتعليم الفلسطينية تدريسه بدءا من العام الدراسي (2002/ 2003) قد اهتم بمسألة البرهان التي نص عليها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) كإحدى العمليات الخمسة الأساسية الواجب توافرها في الكتب المدرسية بشكل أكبر من الكتاب المدرسي الحديث المعتمد حاليا في المدارس الفلسطينية والذي قررت وزارة التربية والتعليم الفلسطينية تدريسه بدءا من العام الدراسي (2017/ 2018).

كما أن أربعة أنشطة إثرائية أخرى تم اقتباسها من كتاب الرياضيات المدرسي للصف الثالث الإعدادي الصادر عن وزارة التربية والتعليم الفني عام (2017) في جمهورية مصر العربية، وهي أنشطة تتعلق بالمؤشرات (6.1)؛ (7.1)؛ (27.1)؛ و(28.1) كما يظهر في الجدول (13.4).

ومن الأنشطة الإثرائية أيضا؛ نشاطين اثنين تم اقتباسهما من كتاب الرياضيات المدرسي للصف التاسع الصادر عن وزارة التربية والتعليم عام (2015) في سلطنة عُمان، وهما نشاطين يتعلقان بالمؤشرين (33.1)؛ و(34.1)، كما يظهر في الجدول (13.4).

ومن الأنشطة الإثرائية كذلك؛ نشاط واحد تم اقتباسه من كتاب الرياضيات المدرسي للصف العاشر الصادر عن وزارة التربية والتعليم الأردنية عام (2016)، ويتعلق هذا النشاط بالمؤشر رقم (39.1)، والذي ينص على (إثبات نظرية أن الزاوية المماسية تساوي الزاوية المحيطية المرسومة على الوتر في الجهة الأخرى).

ويتعلق نشاط إثرائي واحد بالمؤشر رقم (8.1)، حيث تم اقتباسه من كتاب الرياضيات المدرسي للصف الثالث المتوسط الصادر عن وزارة التربية في جمهورية العراق عام (2012).

أما فيما يتعلق بالمناهج الأجنبية، فقد اقتبست الباحثة نشاطا واحدا يتعلق بالمؤشر (35.1) والذي ينص على (استكشاف العلاقة بين المماسين المرسومين لدائرة من نقطة خارجها، والزوايا الناتجة عن ذلك)؛ من كتاب العمل (Workbook) في مادة الرياضيات المدرسية للصف الثالث الإعدادي من المنهج السنغافوري.

ويحتوي المعيار الثاني المتعلق بتحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات على (11) مؤشرا، وإن مؤشرين اثنين منهما لم يتوافرا في الوحدة، المؤشر الأول وهو المؤشر رقم (1.2)، والذي يتعلق باستخدام الإحداثيات الديكارتية لتمثيل الدائرة، والمؤشر الثاني وهو المؤشر رقم (2.2)، والذي يتعلق باستخدام الإحداثيات الديكارتية لتحديد خصائص الدائرة كالمركز ونصف القطر والنقاط التي تقع على المحيط، وقد قامت الباحثة باقتراح نشاطين إثرائيين اثنين من اجتهادها، بحيث يكون هناك نشاط واحد لكل منهما.

ويحتوي المعيار الثالث المتعلق بتطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية على ستة مؤشرات، وإن هذه المؤشرات الستة لم يتوافر أي منها في وحدة الدائرة، وقد احتوى الجدول (15.4) على ستة أنشطة إثرائية جميعها من اجتهاد الباحثة.

أما المعيار الرابع المتعلق باستخدام التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات على سبعة مؤشرات، وإن ستة مؤشرات منها لم تتوافر في وحدة الدائرة، وقد احتوى

الجدول رقم (16.4) على ستة أنشطة إثرائية جميعها من اجتهاد الباحثة، وقد تعلقت جميع هذه الأنشطة الإثرائية بالرسم، كرسم الشكل الرباعي الدائري؛ رسم دائرة تمس أضلاع المثلث من الداخل؛ رسم دائرة تمر برؤوس المثلث؛ رسم مثلث متساوي الساقين داخل دائرة؛ رسم الزوايا المركزية والزوايا المحيطية. وإن للرسم أهمية عظيمة في الرياضيات إذ يهدف إلى التنسيق بين أيدي الطلاب وعقولهم، كما أنه يعزز قدرات أو مهارات التفكير المكاني، كما يساعد أيضا على فهم الهندسة وتحسين التعبير عن التفكير في الأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد (Bairaktarova, 2017).

4.5 مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الرابع

قامت الباحثة ببناء أداة الدراسة الرابعة بعد ظهور نتائج الدراسة المتعلقة بالسؤال الثاني، فقد قامت الباحثة بإثراء جميع المؤشرات المتعلقة بعملية حل المشكلات والتي لم تتوافر في وحدة الدائرة، وقد تمت مناقشة أهمية المؤشرات التي لم تتوافر في وحدة الدائرة في البند رقم (3.5) من الفصل الحالي في هذه الدراسة.

وستتم مناقشة نتائج الدراسة المتعلقة بالسؤال الرابع من خلال مناقشة نتائج كل معيار من المعايير الرئيسة الأربعة المتعلقة بعملية حل المشكلات.

يحتوي المعيار الرئيس الأول والمتعلق ببناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة على أربعة مؤشرات، وقد أشارت نتائج التحليل إلى أن مؤشرين اثنين منها لم يتوافرا في وحدة الدائرة، وقد احتوى الجدول (17.4) على نشاطين إثرائيين يخصان المؤشرين غير المتوافرين في الوحدة؛ النشاط الأول يتعلق بالمؤشر رقم (1.1) الذي ينص على: (بناء معرفة حقائقية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة)، وقد تم اقتباس هذا النشاط من المنهج المصري للصف الثالث الإعدادي، أما النشاط الثاني والمتعلق بالمؤشر رقم (4.1) والذي ينص على: (بناء معرفة فوق ذهنية جديدة من خلال حل المشكلة)، فقد كان من اجتهاد الباحثة، حيث اختارت الباحثة نشاطا يتعلق بإحدى الاستراتيجيات المتعلقة بالمعرفة فوق الذهنية وهي إستراتيجية الخرائط الذهنية. يشير سيلفر (Silver) كما ورد في (Sweet et al., 2017) إلى أهمية المعرفة فوق الذهنية في التعليم، كما يشير إلى أهمية الخرائط الذهنية إذ أنها تتيح رؤية بصرية لتخطيط العقل وتؤدي إلى التفكير العميق مما يجعل التنظيم الذاتي أسهل.

كما تعتبر الخرائط الذهنية وسيلة لتلخيص وتنظيم المعلومات، كما توفر طريقة إبداعية ومرنة لتدوين الملاحظات، كما أنها أيضا تساعدنا على فهم الطريقة التي ينظم الدماغ بها المعلومات، بالإضافة إلى أنها تساعد في تحديد الأفكار الرئيسية والأفكار الفرعية والعلاقات التي بينها (Wright, 2006).

ويحتوي المعيار الثاني المتعلق بحل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى؛ على ثلاثة مؤشرات، وقد أشارت نتائج التحليل إلى أن مؤشرين اثنين منهما لم يتوافرا في الوحدة،

وإن أحد هذين المؤشرين هو المؤشر رقم (1.2) المتعلق بحل مشكلات متعلقة بموضوعات رياضية أخرى، لذلك قامت الباحثة بإدراج نشاط من اجتهادها عبارة عن حل مشكلة تتعلق بمواضيع رياضية أخرى هي الأنماط والتحويل بين وحدات القياس. وكذلك فإن المؤشر الآخر الذي لم يتوافر في الوحدة هو المؤشر رقم (2.2) المتعلق بتوظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل مشكلات في حقول معرفية أخرى، لذلك قامت الباحثة بإدراج نشاط من اجتهادها يتعلق بحقل معرفي آخر هو الفيزياء، ويظهر هذان النشاطان الإثرائيان في الجدول رقم (18.4).

ويحتوي المعيار الثالث المتعلق بتطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية على خمس مؤشرات فرعية وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية أن مؤشرين اثنين منها لم يتوافرا في الوحدة، وإن أحد هذين المؤشرين غير المتوافرين في الوحدة هو المؤشر رقم (1.3) والذي ينص على (تتطلب المشكلة التعاون بين الطلبة والعمل مع الجماعة)، لذلك قامت الباحثة بإدراج نشاط من اجتهادها عبارة عن حل مشكلة تتعلق بالشكل الرباعي الدائري وتتطلب تقسيم الطلبة إلى فرق والعمل بروح الجماعة، وكذلك فإن المؤشر الآخر الذي لم يتوافر في الوحدة هو المؤشر رقم (2.3) الذي ينص على (تتطلب المشكلة اقتراح طرق أو استراتيجيات أخرى للحل)، لذلك قامت الباحثة بإدراج نشاط من اجتهادها يطلب من الطالب إيجاد الحل بثلاث طرق مختلفة تتعلق الطريقة الأولى بالنسبة المئوية (الخُمْس)،

والطريقة الثانية بالزاوية المركزية، والطريقة الثالثة بطول قوس القطاع، ويظهر هذان النشاطان الإثرائيان في الجدول رقم (19.4).

ويحتوي المعيار الرابع المتعلق ملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها على أربع مؤشرات فرعية، وقد أظهرت نتائج التحليل باستخدام أداة الدراسة الثانية أن هذه المؤشرات الأربعة لم يتوافر أي منها في الوحدة، لذلك قامت الباحثة بإدراج أنشطة إثرائية من اجتهادها تتعلق بثلاثة مؤشرات فرعية هي: (1.4)، (2.4)، و(4.4)، والتي تنص على: (تتطلب المشكلة التأمل في معقولية الجواب؛ تتطلب المشكلة التأكد من صحة الحل؛ وتتطلب المشكلة من الطالب تحديد المعطيات أو المعلومات الزائدة في المشكلة) على الترتيب، أما المؤشر الرابع الذي لم يتوافر في الوحدة هو المؤشر رقم (3.4)، والذي ينص على (تتطلب المشكلة توضيح الحل بالرسم أو تنظيم النتائج في جدول)، فقد تم اقتباسه من كتاب الرياضيات الأردني للصف العاشر الأساسي، وتظهر هذه الأنشطة الإثرائية في الجدول رقم (20.4).

5.5 التوصيات

ستقوم الباحثة بتقديم توصيات ضمن محورين، لصناع القرار والقائمين على تطوير كتب الرياضيات الفلسطينية؛ ولمعلمي مادة الرياضيات. وبناء على نتائج الدراسة؛ توصي الباحثة بما يأتي:

1.5.5 توصيات لصناع القرار والقائمين على تطوير كتب الرياضيات الفلسطينية

1. تطوير كتب الرياضيات الفلسطينية بما يتلاءم مع معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) للمحتوى والعمليات.
2. إيلاء مادة الهندسة اهتماما أكبر، والعمل على توسيعها عموديا وأفقيا، وخاصة مادة الهندسة المتعلقة بالدائرة.
3. إيلاء عملية حل المشكلات اهتماما أكبر، وخاصة تلك المشكلات المتعلقة بالحياة الواقعية.
4. إنشاء فريق متخصص يعمل بشكل مستمر بهدف تطوير كتب الرياضيات المدرسية، بحيث يكون هذا الفريق مطلعا على المناهج العربية والأجنبية؛ وعلى أشهر المواقع التعليمية المجانية على شبكة الإنترنت، وعلى المعايير العالمية المتعلقة بتطوير المناهج.

2.5.5 توصيات لمعلمي مادة الرياضيات

العمل على الإلمام بالمادة التعليمية جيدا وسد أية ثغرات تتعلق بمعرفة المحتوى الهندسي وطرق ووسائل تعليمه، وعدم الاقتصار على المعلومات الواردة في كتب الرياضيات المدرسية، ومحاولة إثراء المادة بالمعلومات المهمة، والاطلاع على مناهج عربية أخرى لما في ذلك من منفعة كبيرة وإتاحة الفرص لإجراء المقارنات واختيار الأفضل.

6.5 مقترحات لدراسات مستقبلية

1. تحليل وإثراء كتب الرياضيات المدرسية لصفوف أخرى أو لمراحل تعليمية أخرى.
2. تحليل وإثراء كتب الرياضيات المدرسية لوحدات هندسية أخرى.
3. تحليل وإثراء كتب الرياضيات المدرسية بناء على توصيات المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) فيما يتعلق بعمليات أخرى مثل (التبرير والبرهان؛ التمثيلات الهندسية؛ الترابط الرياضي؛ والتواصل)
4. تحليل وإثراء كتب الرياضيات المدرسية في ضوء معايير عالمية أخرى.
5. القيام بدراسات تجريبية لاستقصاء أثر تدريس وحدة الدائرة المثراة على تحصيل الطلبة واتجاهاتهم نحو مادة الرياضيات.

قائمة المراجع العربية

أبو الروس، محمد. (2018). **تقويم محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية المطورة للمرحلة الثانوية في ضوء معايير (NCTM)**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة، فلسطين.

أبو أسعد، صلاح. (2010). **أساليب تدريس الرياضيات** (ط.1). دار الشروق للنشر والتوزيع.

أبو حديد، فاطمة. (2013). **طرق تعليم الرياضيات وتاريخ تطورها** (ط.1). دار صفاء للنشر والتوزيع.

أبو منديل، ميادة. (2011). **إثراء وحدة مقترحة في مادة الجغرافيا لتنمية مهارات التفكير الناقد لدى طالبات الصف الثاني عشر واتجاهاتهن نحوها**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة، فلسطين.

بدر، أمل. (2020). **مقارنة بين المحتوى الهندسي للمناهج الفلسطينية والإسرائيلية للصفوف (6-8) ومدى تحقيق كل منهما لمعايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: بيرزيت، فلسطين.

حسانين، حسن والشهري، محمد. (2013). تقييم محتوى كتب الرياضيات المطورة بالمرحلة الابتدائية بالمملكة العربية السعودية في ضوء معايير (NCTM). **مجلة تربويات الرياضيات. 16**(2)، 6-29.

الحسن، عصام وعبد العزيز، هالة. (2015). أثر التعلم الإلكتروني على تنمية مهارة حل المشكلات في تدريس الرياضيات لدى طلاب المستوى الأول بكلية التربية في جامعة الخرطوم. **مجلة الدراسات التربوية والنفسية. 10**(2)، 339-355.

حلس، سناء. (2010). **أثر إثراء محتوى منهاج الرياضيات في تنمية مهارات التفكير الاستدلالي لدى طالبات الصف الحادي عشر العلمي**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة، فلسطين.

خوجة، عرين. (2019). **تحليل كتاب الرياضيات للصف العاشر الأساسي في ضوء معايير المنهاج الفلسطيني ومعايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM)**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: بيرزيت، فلسطين.

دياب، سهيل. (2004، نوفمبر). **جودة كتب الرياضيات المقررة في المنهاج الفلسطيني**. بحث مقدم في المؤتمر التربوي الأول: التربية في فلسطين وتغيرات العصر. الجامعة الإسلامية: فلسطين.

الديب، ماجد والخزندار، نائلة. (2007، اكتوبر). **مستوى جودة المناهج الفلسطينية في حل المشكلات الرياضية في ضوء المعايير العالمية**. بحث مقدم في المؤتمر التربوي الثالث: الجودة في التعليم العام الفلسطيني كمدخل للتميز. الجامعة الإسلامية: فلسطين.

الرفاعي، أحمد. (2013). إثراء المناقشات الرياضية باستخدام مقاطع تعليمية من موقع اليوتيوب حول مقرر الرياضيات على التحصيل وحب الاستطلاع لدى طلاب الجامعة. **مجلة تربويات الرياضيات. 16**(2)، 135-182.

الرمامنة، عصري؛ أبو لوم، خالد؛ الحياصات، محمد؛ الكريمين، رائد. (2015). تحليل محتوى القياس وفق معايير (NCTM 2000) الخاصة بالعمليات الرياضية في كتب رياضيات المرحلة الأساسية من الصف الأول إلى الصف الرابع في الأردن. **مجلة جامعة فلسطين للأبحاث والدراسات. 5**(2). 1-32.

الرويدي، فكرية. (2005). **مقارنة الاستدلال الرياضي في المناهج الفلسطينية بمعايير المجلس الوطني لتعليم الرياضيات (NCTM) لسنة 2000.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: بيرزيت، فلسطين.

سليمان، عبد الرحمن وأحمد، صفاء. (2001). **المتفوقون عقليا: خصائصهم، اكتشافهم، تربيتهم، مشكلاتهم.** مكتبة زهراء الشرق.

الشمري، خالد. (2012). **الصعوبات التي تواجه طلبة الصف التاسع المتوسط في حل المشكلات الرياضية اللفظية في الرياضيات من وجهة نظر المعلمين في دولة الكويت.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية العلوم التربوية، جامعة الشرق الأوسط: محافظة الأحمدي، الكويت.

الضامن، منذر. (2007). **أساسيات البحث العلمي** (ط.1). دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

طعيمة، رشدي. (2004). **تحليل المحتوى في العلوم الإنسانية: مفهومه، أسسه، استخداماته**. دار الفكر العربي.

عباد، أنسام. (2021). **مدى تضمين محتوى الهندسة في كتب الرياضيات الفلسطينية وكتب كامبردج البريطانية للتمثيلات الرياضية في ضوء معايير (NCTM) ونموذج ليش (Lesh)**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: بيرزيت، فلسطين.

عصر، رضا. (2001). **الأنشطة الإثرائية وأثرها على تدريس الرياضيات بالمرحلة الإعدادية**. المجلس الأعلى للجامعات، اللجنة العلمية الدائمة للتربية وعلم النفس.

عليات، إبراهيم؛ والدويري، أحمد. (2015). تحليل محتوى الهندسة في كتب الرياضيات المدرسية للمرحلة الأساسية العليا في الأردن في ضوء معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000). **مجلة دراسات، العلوم التربوية. 42**(3)، 747-765.

عمر، معاذ. (2011). **تحليل كتب الرياضيات للصفوف السادس والسابع والثامن في فلسطين في ضوء المعايير العالمية (NCTM)**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية العلوم التربوية، جامعة القدس: أبو ديس، فلسطين.

القريطي، عبد المطلب. (2014). **الموهوبون والمتفوقون: خصائصهم واكتشافهم ورعايتهم (ط.2)**. عالم الكتب.

كرزون، نور. (2019). **تحليل محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية للصفوف من الثالث إلى الخامس الأساسية في ضوء معايير المحتوى التي حددها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)**. (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، جامعة بيرزيت: بيرزيت، فلسطين.

اللجنة العليا لمراجعة المسيرة التعليمية في فلسطين. (2015). تقرير اللجنة العليا لمراجعة المسيرة التعليمية في فلسطين 2015. **رؤى تربوية**. (48-49)، 4-20.

اللجنة الوطنية لإصلاح التعليم. (2016). **وثيقة الإطار المرجعي لتطوير المناهج الوطنية**. رام الله، فلسطين.

مرسال، إكرامي. (2017). تصميم أنشطة إثرائية في ضوء إحدى برمجيات الرياضيات التفاعلية برمجية جيوجيبرا (GeoGebra) واستخدامها في إكساب تلاميذ المرحلة الابتدائية المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية. **دراسات عربية في التربية وعلم النفس (ASEP)**. **(81)**، 17-47.

مطر، هشام. (2014). **عمليات التجريد في موضوع الدائرة لطلاب الصف التاسع في أنشطة نمذجة (دراسة نوعية).** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح الوطنية: نابلس، فلسطين.

النادي، عائدة. (2007). **إثراء محتوى مقرر التكنولوجيا للصف السابع الأساسي في ضوء المعايير العالمية.** (رسالة ماجستير غير منشورة). كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة، فلسطين.

نجادات، أيوب. (2014). **تطوير وحدة في الهندسة الإحداثية وفق معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM 2000) وحوسبتها واختبار أثرهما في تحصيل طلبة الصف التاسع الأساسي واتجاهاتهم نحو الرياضيات.** (رسالة دكتوراه غير منشورة). كلية الدراسات العليا، جامعة العلوم الإسلامية العالمية: عمان، الأردن.

نجم، خميس. (2016). أثر استخدام أسلوب حل المشكلات في تدريس الرياضيات في تنمية الحس العددي لدى طلبة الصف الخامس الأساسي. **مجلة اتحاد الجامعات العربية للتربية وعلم النفس. 14**(4)، 140-163.

هلال، محمد. (2010). **مهارات حل المشكلات واتخاذ القرار**. مركز تطوير الأداء والتنمية للنشر والتوزيع.

وزارة التربية. (2012). **دليل مدرس الرياضيات للصف الثالث المتوسط**، ط.1، جمهورية العراق. https://minhaji.net/download_files/833

وزارة التربية والتعليم. (2019). **كتاب الرياضيات للصف التاسع**، الجزء الثاني، ط.2، فلسطين: مركز المناهج

وزارة التربية والتعليم. (2017). **الخطة الإستراتيجية لقطاع التعليم (2017-2022): النسخة المطورة للإستراتيجية القطاعية الثالثة للتعليم**. رام الله، فلسطين.

وزارة التربيــة والتعلـيم. (2016). **النــوع الاجتمــاعي والتعلــيم العــام: الســياق، السياســات والاستراتيجيات، التحديات والتوصيات**. رام الله، فلسطين.

وزارة التربية والتعليم، (2011). **كتاب الرياضيات للصف التاسع الأساسي**، الجزء الأول، فلسطين: مركز المناهج.

وزارة التربية والتعليم. (2016). **كتاب الرياضيات للصف العاشر**، الجزء الأول، ط.(2019)، المملكة الأردنية الهاشمية.

وزارة التربية والتعليم. (2015). **كتاب الرياضيات للصف التاسع**، سلطنة عُمان.

وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني. (2017). **كتاب الرياضيات للصف الثالث الإعدادي**، الجزء الثاني، ط. (2018/2017)، جمهورية مصر العربية.

قائمة المراجع الأجنبية

Alajmi, A., & Reys, R. (2007). Reasonable and reasonableness of answers: Kuwaiti middle school teachers' perspectives. *Educational studies in mathematics*, *65*(1), 77-94.

Allen, R., & Sriram, R. (2000). The role of standards in innovation. *Technological Forecasting and Social Change*, *64*(2-3), 171-181.

https://tsapps.nist.gov/publication/get_pdf.cfm?pub_id=821473

Bairaktarova, D. (2017). Coordinating mind and hand: The importance of manual drawing and descriptive geometry instruction in a CAD-oriented engineering design graphics class. The Engineering Design Graphics Journal, 81(3).

Carlson, M.,& Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational studies in Mathematics*, *58*(1), 45-75.

Chandra, Y., & Shang, L. (2017). An RQDA-based constructivist methodology for qualitative research. *Qualitative Market Research: An International Journal*, *20*(1), 90–112.

Charlesworth, R. (2005). Prekindergarten mathematics: Connecting with national standards. *Early Childhood Education Journal*, *32*(4), 229-236**.**

Chong L., Cheng L., Kuen L. (2007). *Mathematics Matters, WorkBook, Normal (Academic), Secondary 3*. Marshall Cavendish Education: Singapore.

CK-12. (2014). *Problem-Solving Strategies: Make a Table and Look for a Pattern*. https://www.ck12.org/book/ck-12-algebra-i-second-edition/section/1.8/

Dipillo, M. (2009). Reading + Mathematics = Success. In *Barbara Moss and Diane Lapp* (Ed.) *Teaching New Literacies in Grades K-3: Resources for 21st-Century Classrooms* (pp. 183-197). The Guilford Press.

Eather, J. (2016). Problem, problem solving. http://www.amathsdictionaryforkids.com/qr/p/problemSolving.html

Einstein, A. (1921). *Geometry and Experience*. https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Extras/Einstein_geometry

Ferrini-Mundy, J. (2000). Principles and standards for school mathematics: A guide for mathematicians. *Notices of the American Mathematical Society*, *47*(8), 868-876.

Gates, S. (2018). *Benefits of Collaboration*. https://www.nea.org/professional-excellence/student-engagement/tools-tips/benefits-collaboration

Gurat, M. G., & Medula, C. T. (2016). Metacognitive strategy knowledge use through mathematical problem solving amongst pre-service teachers. *American Journal of Educational Research*, *4*(2), 170-189.

Guven, B. (2012). Using dynamic geometry software to improve eight grade students' understanding of transformation

geometry. *Australasian Journal of Educational Technology*, 28(2), 364-382.

Hailikari, T., Katajavuori, N., & Lindblom-Ylanne, S. (2008). The relevance of prior knowledge in learning and instructional design. *American journal of pharmaceutical education, 72*(5), 1-8.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational studies in mathematics*, *44*(1), 5-23.

Hew, F., & Cheung, S. (2014). Enhancing Students' Learning of Factual Knowledge. In *Using Blended Learning*, Springer, Singapore. 97-107.

Hollebrands, K. F. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *The Journal of Mathematical Behavior, 22*(1), 55-72.

Institute of Education Sciences (IES). (2018). *Improving Mathematical Problem Solving in Grades 4 Through 8*. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance.

Izzati, L., & Mahmudi, A. (2018, September). The influence of metacognition in mathematical problem solving. In *Journal of Physics: Conference Series, 1097*(1), 1-7.

Jitendra, A., Griffin, C., & Xin, Y. (2010). An evaluation of the intended and implemented curricula's adherence to the NCTM standards on the mathematics achievement of third grade students: A case study. *Journal of Curriculum and Instruction (JoCI) , 4*(2), 33-50.

Kobashikawa, A. (2017). *Problems vs Tasks. Codementor Community*. https://www.codementor.io/@rulokoba/problems-vs-tasks-cknigs173

Krathwohl, D. R. (2002). A revision of Bloom's taxonomy: An overview. *Theory into practice*, *41*(4), 212-218.

Krawitz, J. & Schukajlow S. (2020). *When Can Making a Drawing Hinder Problem Solving? Effect of the Drawing Strategy on Linear Overgeneralizations and Problem Solving*. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2020.00506/full

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., &Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Springer Nature.

Livingston, K., & Doherty, C. (2020). A counter-narrative of curriculum enrichment in performative times. *The Curriculum Journal*, *31*(4), 666-686.

https://bera-journals.onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/curj.32

Mamatov, J., Qahhorov, M., Parmanov, A., & Fayzullaev, S. (2021). About the Main Tasks of Teaching Geometry at the Secondary School. *Eastern European Scientific Journal*, 1(2).

McAllister, B. (2007). *Enrichment curriculum for third grade mathematically gifted students*. (Unpublished master's thesis). College of education and professional studies, Central Washington University: Washington, USA.

Midgett, C., &Eddins, S. (2001). NCTM's principles and standards for school mathematics: Implications for administrators. *NASSP Bulletin*, *85*(623), 35-42.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Executive Summary: Principles and Standards for school mathematics*. https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf

Perveen, K. (2010). Effect of the problem-solving approach on academic achievement of students in mathematics at the secondary level. *Contemporary Issues in Education Research (CIER), 3*(3),

Piggott, J. (2004, September*). Mathematics enrichment: What is it and who is it for?*. In Paper presented at the British Educational Research Association Annual Conference. Manchester: England.

Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.

Ramirez, L. (2017). *Importance of Checking Math Solutions*. https://www.rammaterials.com/blog-23-importance-of-checking-math-solutions/

Reyhani, E., & Izadi, M. (2018). Comparative Content Analysis of Mathematics Textbooks in first Grade Students of Elementary Schools in Iran, Japan and America. *International Journal of Industrial Mathematics*, *10*(3), 299-314.

Santos, S., & Barmby, P. (2010). Enrichment and engagement in mathematics. *Joubert, M. and Andrews, P. (Eds), Proceedings of the British Congress for Mathematics Education. 30*(1), 199-206.

Schoenfeld, A. (1980). Teaching problem-solving skills. *The American Mathematical Monthly*, *87*(10), 794-805.

Sparrow, L. (2008). Real and relevant mathematics: Is it realistic in the classroom?. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *13*(2), 4-8.

Sweet, C., Blythe, H., & Carpenter, R. (2017). Mind mapping: a technique for metacognition. *Teaching with Metacognition*, 1-4.

Terada, Y. (2019). *The Science of Drawing and Memory*. https://www.edutopia.org/article/science-drawing-and-memory

Voskoglou, M. (2011). Problem solving from Polya to nowadays: A review and future perspectives. *Progress in education*, *22*(4), 65-82.

Wiggins, H., Harding, A., & Engelbrecht, J. (2017). Student enrichment in mathematics: a case study with first year university students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *48*(sup1), S16-S29.

Wright, J. (2006). Teaching and assessing mind maps. *Per Linguam: A Journal of Language Learning= Per Linguam: Tydskrif vir Taalaanleer*, *22*(1), 23-38.

Zheng, Y. (1994). Philosophy of Mathematics, Mathematics Education and Philosophy of Mathematics Education. *HMN Journal*, *9*, 32-41.

الـمـلاحـق

الملحق رقم (1): أداة الدراسة الأولى:

تحليل وحدة الدائرة في كتاب الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى

المعايير الرئيسية		المؤشرات الخاصة بالدائرة		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
				النشاط	السؤال			
1	تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية.	1.1	التعرف إلى مفهوم الدائرة (تعريف الدائرة).					
		2.1	تحديد رمز الدائرة ونقطة المركز والأقطار والأوتار والأقواس في الدائرة.					
		3.1	استكشاف التماثل في الدائرة.					
		4.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة ونقطة معينة تقع داخلها/ على محيطها/ خارجها.					
		5.1	تحديد الدوائر المتطابقة.					
		6.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والخط المستقيم (يقطعها/ يمسها/ يقع خارجها).					
		7.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة ودائرة أخرى (منفصلتان/ متقاطعتان/ متحدتان في المركز).					
		8.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والأشكال الهندسية ثنائية الأبعاد الأخرى، كالعلاقة بين الدائرة والمثلث؛ الدائرة والمربع.					
		9.1	التعرف إلى الزوايا المحيطية والزوايا المركزية.					

		10.1	استكشاف العلاقة الهندسية بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية المشتركتين في القوس نفسه.							
		11.1	استكشاف علاقة الزاوية المركزية بالقوس المقابل لها في الدائرة.							
		12.1	استكشاف العلاقة بين الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على قوس واحد.							
		13.1	إيجاد قيمة الزاوية المركزية أو الزاوية المحيطية في الدائرة بناء على معطيات معينة.							
		14.1	إثبات أن قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة تساوي 90 درجة.							
		15.1	التعرف إلى الشكل الرباعي الدائري.							
		16.1	استكشاف العلاقة بين كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي الدائري.							
		17.1	إثبات أن مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري= 180°							
		18.1	إيجاد قياس الزوايا المجهولة في الشكل الرباعي الدائري عن طريق الحل.							
		19.1	تحديد فيما إذا كان الشكل المعطى شكلا رباعيا دائريا أم لا.							
		20.1	إثبات أن قطر الشكل الرباعي الدائري المقابل لزاوية قائمة فيه يساوي قطر الدائرة.							
		21.1	استكشاف العلاقة بين الشكل الرباعي الدائري والأشكال الهندسية الرباعية الأخرى كمتوازي الأضلاع والمعين والمربع.							

		22.1	استكشاف العلاقة بين الزاوية الخارجة في الشكل الرباعي الدائري والزاوية الداخلية المقابلة لمجاورتها.							
		23.1	إثبات أن قطر الدائرة هو أكبر أوتارها طولا.							
		24.1	استكشاف الخاصية: إذا أنزلنا عمودا من مركز الدائرة على الوتر، فإن هذا العمود ينصف هذا الوتر.							
		25.1	استكشاف الخاصية: إذا وصلنا بين منتصف أي وتر في الدائرة ومركز هذه الدائرة فإن القطعة الناتجة تكون عمودية على هذا الوتر.							
		26.1	استكشاف الخاصية: بأنه إذا أنشأنا عمودا من منتصف أي وتر في الدائرة، فإن هذا العمود يمر بمركز الدائرة.							
		27.1	إثبات أنه إذا تساوى وتران في دائرة فإن بعديهما عن مركز هذه الدائرة متساويان.							
		28.1	استكشاف خاصية أنه كلما اقترب الوتر من مركز الدائرة زاد طوله والعكس صحيح.							
		29.1	إثبات أنه: إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر الثاني.							
		30.1	التعرف على مفهوم مماس الدائرة							
		31.1	التعرف على مفهوم الزاوية المماسية							
		32.1	إيجاد قياس الزاوية المماسية							

		33.1	استكشاف خاصية أن المماس لدائرة يكون عموديا على نصف القطر عند نقطة التماس.						
		34.1	استكشاف العلاقة بين موقع النقطة على محيط الدائرة أو خارجها بعدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها.						
		35.1	استكشاف العلاقة بين المماسين المرسومين لدائرة من نقطة خارجها والزوايا الناتجة عن ذلك.						
		36.1	إثبات أن المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متساويان.						
		37.1	استكشاف العلاقة بين قياس الزاوية المماسية والزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس.						
		38.1	استكشاف العلاقة بين قياس الزاوية المماسية والزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس.						
		39.1	إثبات نظرية أن الزاوية المماسية تساوي الزاوية المحيطية المرسومة على الوتر في الجهة الأخرى.						
المجموع			(39) مؤشر					–	
2	تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات.	1.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتمثيل الدائرة.						
		2.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتحديد خصائص الدائرة مثل: المركز ونصف القطر والنقاط التي تقع على المحيط.						
		3.2	التعرف إلى معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل.						
		4.2	إيجاد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل.						

		5.2	التعرف إلى معادلة الدائرة التي مركزها نقطة مثل (د،هـ).						
		6.2	إيجاد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة مثل (د،هـ).						
		7.2	التعرف إلى معادلة الدائرة في الصورة القياسية.						
		8.2	إيجاد معادلة الدائرة بالصورة القياسية.						
		9.2	تحديد فيما إذا كانت العلاقة المعطاة تمثل معادلة دائرة أم لا.						
		10.2	حل المسائل التي تنطوي على معادلة الدائرة لإيجاد المركز ونصف القطر.						
		11.2	توظيف الهندسة الإحداثية في حل مسائل خاصة بالدائرة في السياق الواقعي.						
المجموع			(11) مؤشر				–		–
3	تطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية.	1.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانسحاب.						
		2.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانعكاس.						
		3.3	رسم الدائرة تحت تأثير الدوران.						
		4.3	رسم الدائرة تحت تأثير التصغير.						
		5.3	رسم الدائرة تحت تأثير التكبير.						
		6.3	رسم الدائرة تحت تأثير اثنين أو أكثر من التحويلات الهندسية.						
المجموع			ستة مؤشرات				–		–

4	استخدام التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات.	1.4	رسم الشكل الرباعي الدائري.						
		2.4	رسم دائرة تمس أضلاع مثلث من الداخل.						
		3.4	رسم دائرة تمر برؤوس المثلث.						
		4.4	رسم مثلث متساوي الساقين داخل دائرة.						
		5.4	رسم زاوية مركزية أو زاوية محيطية في الدائرة.						
		6.4	رسم زاوية محيطية على قطر في الدائرة.						
		7.4	استخدام الدائرة في مجالات الرياضيات الأخرى.						
المجموع			سبعة مؤشرات			–			–
المجموع الكلي			(63) مؤشر			–			–

الملحق رقم (2): أداة الدراسة الثانية:

تحليل محتوى وحدة الدائرة في ضوء معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات

المعايير الرئيسية		المعايير الفرعية		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية
				النشاط	السؤال			
1	بناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة.	1.1	بناء معرفة حقائقية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.					
		2.1	بناء معرفة مفاهيمية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.					
		3.1	بناء معرفة إجرائية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.					
		4.1	بناء معرفة فوق ذهنية جديدة من خلال حل المشكلة.					
المجموع		أربعة مؤشرات				–		–
2	حل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى.	1.2	حل مشكلات متعلقة بموضوعات رياضية أخرى.					
		2.2	توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل مشكلات في حقول معرفية أخرى.					

		3.2	توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل مشكلات من الحياة اليومية.					
المجموع			ثلاثة مؤشرات		–			–
3	تطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات.	1.3	تتطلب المشكلة التعاون بين الطلبة والعمل مع الجماعة.					
		2.3	تتطلب المشكلة اقتراح طرق أو استراتيجيات أخرى للحل.					
		3.3	يمكن تجزئة المشكلة إلى مشكلات فرعية.					
		4.3	تتضمن المشكلة أكثر من مطلوب واحد.					
		5.3	تحتوي المشكلة على رسومات توضيحية أو جداول.					
المجموع			خمسة مؤشرات					
4	ملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها.	1.4	تتطلب المشكلة التأمل في معقولية الجواب.					
		2.4	تتطلب المشكلة التأكد من صحة الحل.					
		3.4	تتطلب المشكلة توضيح الحل بالرسم أو تنظيم النتائج في جدول.					

		4.4	تتطلب المشكلة من الطالب تحديد المعطيات أو المعلومات الزائدة في المشكلة.					
المجموع		أربعة مؤشرات				–		–
المجموع الكلي		(16) مؤشر						

الملحق رقم (3): أداة الدراسة الثالثة:

الإثراء المقترح في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى

المعيار الرئيسي الأول: تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
2.1	تحديد رمز الدائرة ونقطة المركز والأقطار والأوتار والأقواس في الدائرة.	
3.1	استكشاف التماثل في الدائرة.	
5.1	تحديد الدوائر المتطابقة.	
6.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والخط المستقيم (يقطعها/ يمسها/ يقع خارجها).	
7.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة ودائرة أخرى (منفصلتان/ متقاطعتان/ متحدتان في المركز).	
8.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والأشكال الهندسية ثنائية الأبعاد الأخرى، كالعلاقة بين الدائرة والمثلث؛ الدائرة والمربع.	
11.1	استكشاف علاقة الزاوية المركزية بالقوس المقابل لها في الدائرة.	
17.1	إثبات أن مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري= 180°	

20.1	إثبات أن قطر الشكل الرباعي الدائري المقابل لزاوية قائمة فيه يساوي قطر الدائرة.	
21.1	استكشاف العلاقة بين الشكل الرباعي الدائري والأشكال الهندسية الرباعية الأخرى كمتوازي الأضلاع والمعين والمربع.	
23.1	إثبات أن قطر الدائرة هو أكبر أوتارها طولا.	
24.1	استكشاف الخاصية: إذا أنزلنا عمودا من مركز الدائرة على الوتر، فإن هذا العمود ينصف هذا الوتر.	
25.1	استكشاف الخاصية: إذا وصلنا بين منتصف أي وتر في الدائرة ومركز هذه الدائرة فإن القطعة الناتجة تكون عمودية على هذا الوتر.	
26.1	استكشاف الخاصية: بأنه إذا أنشأنا عمودا من منتصف أي وتر في الدائرة، فإن هذا العمود يمر بمركز الدائرة.	
27.1	إثبات أنه إذا تساوى وتران في دائرة فإن بعديهما عن مركز هذه الدائرة متساويان.	
28.1	استكشاف خاصية أنه كلما اقترب الوتر من مركز الدائرة زاد طوله والعكس صحيح.	
29.1	إثبات أنه: إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر الثاني.	
33.1	استكشاف خاصية أن المماس لدائرة يكون عموديا على نصف القطر عند نقطة التماس.	
34.1	استكشاف العلاقة بين موقع النقطة على محيط الدائرة أو خارجها بعدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها.	

35.1	استكشاف العلاقة بين المماسين المرسومين لدائرة من نقطة خارجها والزوايا الناتجة عن ذلك.	
36.1	إثبات أن المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متساويان.	
39.1	إثبات نظرية أن الزاوية المماسية تساوي الزاوية المحيطية المرسومة على الوتر في الجهة الأخرى.	
المجموع	(22) مؤشر غير متواجد في الوحدة وبحاجة إلى إثراء.	
المعيار الرئيسي الثاني: **تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات**		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتمثيل الدائرة.	
2.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتحديد خصائص الدائرة مثل: المركز ونصف القطر والنقاط التي تقع على المحيط.	
المجموع	مؤشران اثنان غير متواجدان في الوحدة وبحاجة إلى إثراء.	
المعيار الرئيسي الثالث: **تطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية**		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانسحاب.	
2.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانعكاس.	

3.3	رسم الدائرة تحت تأثير الدوران.	
4.3	رسم الدائرة تحت تأثير التصغير.	
5.3	رسم الدائرة تحت تأثير التكبير.	
6.3	رسم الدائرة تحت تأثير اثنين أو أكثر من التحويلات الهندسية.	
المجموع	ستة مؤشرات غير متواجدة في الوحدة وبحاجة إلى إثراء.	
المعيار الرئيسي الرابع: **استخدم التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات**		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
2.4	رسم الشكل الرباعي الدائري.	
6.4	رسم دائرة داخل مثلث تمس أضلاعه من الداخل.	
7.4	رسم دائرة تمر برؤوس المثلث.	
8.4	رسم مثلث متساوي الساقين داخل دائرة.	
10.4	رسم زاوية مركزية في الدائرة.	
11.4	رسم زاوية محيطية على قطر في الدائرة.	
13.4	استخدام الدائرة لحل المشكلات في مجالات العلوم الأخرى مثل الفن والهندسة المعمارية.	
المجموع	ستة مؤشرات غير متواجدة في الوحدة وبحاجة إلى إثراء.	
المجموع الكلي	(36) مؤشر غير متواجد في الوحدة وبحاجة إلى إثراء.	

الملحق رقم (4): أداة الدراسة الرابعة:

الإثراء المقترح في ضوء معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات

المعيار الرئيسي الأول: بناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة.		
رقم المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	نص المؤشر الذي تتعلق به الفقرة المقترحة	وصف الفقرة المقترحة
1.1	بناء معرفة حقائقية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.	
4.1	بناء معرفة فوق ذهنية جديدة من خلال حل المشكلة.	
المعيار الرئيسي الثاني: حل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى.		
1.2	حل مشكلات متعلقة بموضوعات رياضية أخرى.	
2.2	توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل مشكلات في حقول معرفية أخرى.	
المعيار الرئيسي الثالث: تطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات.		
1.3	تتطلب المشكلة التعاون بين الطلبة والعمل مع الجماعة.	
2.3	تتطلب المشكلة اقتراح طرق أو استراتيجيات أخرى للحل.	

المعيار الرئيسي الرابع: ملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها.		
1.4	تتطلب المشكلة التأمل في معقولية الجواب.	
2.4	تتطلب المشكلة التأكد من صحة الحل.	
3.4	تتطلب المشكلة توضيح الحل بالرسم أو تنظيم النتائج في جدول.	
4.4	تتطلب المشكلة من الطالب تحديد المعطيات أو المعلومات الزائدة في المشكلة.	
المجموع	**(10) معايير فرعية**	

الملحق رقم (5): تحليل الباحثة والزميلة المحللة لوحدة الدائرة في كتاب الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير (NCTM) للمحتوى

المعيار الرئيس الأول: تحليل صفات وخصائص الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد وتطوير الحجج الرياضية حول العلاقات الهندسية.											
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	تحليل الباحثة						تحليل الزميلة المحللة						النقاط المتفق عليها بين الباحثتين
		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	
		النشاط	السؤال					النشاط	السؤال				
1.1	التعرف إلى مفهوم الدائرة (تعريف الدائرة).	1		92	1	2.4 %		1		92	1	3 %		1
2.1	تحديد رمز الدائرة ونقطة المركز والأقطار والأوتار والأقواس في الدائرة.				0	%0					0	%0		–
3.1	استكشاف التماثل في الدائرة.				0	%0					0	%0		–
4.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة ونقطة معينة تقع داخلها/ على محيطها/ خارجها.	7		100	2	4.8 %		7		100	2	6.1 %		2
		8		100				8		100				

5.1	تحديد الدوائر المتطابقة.					0	%0			0	%0	-
6.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والخط المستقيم (يقطعها/ يمسها/ يقع خارجها).					0	%0			0	%0	-
7.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة ودائرة أخرى (منفصلتان/ متقاطعتان/ متحدتان في المركز).					0	%0			0	%0	-
8.1	استكشاف العلاقة بين الدائرة والأشكال الهندسية ثنائية الأبعاد الأخرى، كالعلاقة بين الدائرة والمثلث؛ الدائرة والمربع.					0	%0			0	%0	-
9.1	التعرف إلى الزوايا المحيطية والزوايا المركزية.	1		97	1	2	4.8 %	97		2	6.1 %	2
		2		97	2			97				
10.1	استكشاف العلاقة الهندسية بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية المشتركتين في القوس نفسه.	3		98	3	2	4.8 %	98		2	6.1 %	2
		4		98	4			98				
11.1	استكشاف علاقة الزاوية المركزية بالقوس المقابل لها في الدائرة.					0	%0			0	%0	-

12.1	استكشاف العلاقة بين الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على قوس واحد.	5		99	1	2.4 %	5		99	1	3 %	1
13.1	إيجاد قيمة الزاوية المركزية أو الزاوية المحيطية في الدائرة بناء على معطيات معينة.		1	101		33.3 %	14		107	2.1	24.2 %	8
			1.3	101					107	4.1		
			2.3	101					107	5.1		
			3.3	101					108	1.3		
			4	102					108	2.3		
			6	102					108	3.3		
			2.1	107					108	4		
			4.1	107					108	5		
			5.1	107								
			1.3	108								
			2.3	108								
			3.3	108								
			4	108								
			5	108								
14.1	إثبات أن قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة تساوي 90 درجة.		2	101		2.4 %	1		101	2	3 %	1

15.1	التعرف إلى الشكل الرباعي الدائري.	1			103	1	2.4 %	1	103	1	3 %	1
16.1	استكشاف العلاقة بين كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي الدائري.	2			103	1	2.4 %	2	103	1	3 %	1
17.1	إثبات أن مجموع الزاويتين المتقابلتين في الشكل الرباعي الدائري= 180°					0	%0				%0	0
18.1	إيجاد قياس الزوايا المجهولة المتعلقة بالشكل الرباعي الدائري.	3		104	106	6	14.3 %		2	2	6.1 %	2
		4		104								
		7		105								
			2	106	106							
			3	106								
			3.3	108								
19.1	تحديد فيما إذا كان الشكل المعطى شكلا رباعيا دائريا أم لا.	5		104	104	3	7.1 %	5		3	9.1 %	3
			1.1	106	106							
			2.1	106	106							
20.1	إثبات أن قطر الشكل الرباعي الدائري المقابل لزاوية قائمة فيه يساوي قطر الدائرة.					0	%0	7			3 %	1
					105							

21.1	استكشاف العلاقة بين الشكل الرباعي الدائري والأشكال الهندسية الرباعية الأخرى كمتوازي الأضلاع والمعين والمربع.					0	%0				0	%0	-
22.1	استكشاف العلاقة بين الزاوية الخارجة في الشكل الرباعي الدائري والزاوية الداخلية المقابلة لمجاورتها.	6		105	1	2.4 %	6		105	1	3 %	1
23.1	إثبات أن قطر الدائرة هو أكبر أوتارها طولا.				0	%0				0	%0	-
24.1	استكشاف الخاصية: إذا أنزلنا عمودا من مركز الدائرة على الوتر، فإن هذا العمود ينصف هذا الوتر.				0	%0				0	%0	-
25.1	استكشاف الخاصية: إذا وصلنا بين منتصف أي وتر في الدائرة ومركز هذه الدائرة فإن القطعة الناتجة تكون عمودية على هذا الوتر.				0	%0				0	%0	-

26.1	استكشاف الخاصية: بأنه إذا أنشأنا عمودا من منتصف أي وتر في الدائرة، فإن هذا العمود يمر بمركز الدائرة.						%0	0				–
27.1	إثبات أنه إذا تساوى وتران في دائرة فإن بعديهما عن مركز هذه الدائرة متساويان.						%0	0				–
28.1	استكشاف خاصية أنه كلما اقترب الوتر من مركز الدائرة زاد طوله والعكس صحيح.						%0	0				–
29.1	إثبات أنه: إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب جزأي الوتر الثاني.						%0	0				–
30.1	التعرف على مفهوم مماس الدائرة	7		100	1	2.4 %	7		100	1	3 %	1
31.1	التعرف على مفهوم الزاوية المماسية	8		100	1	2.4 %	8		100	1	3 %	1
32.1	إيجاد قياس الزاوية المماسية		6	102	3	7.1 %		6	102	3	9.1 %	3
			7	102				7	102			
			5	108				5	108			

33.1	استكشاف خاصية أن المماس لدائرة يكون عموديا على نصف القطر عند نقطة التماس.						%0	0		%0	–
34.1	استكشاف العلاقة بين موقع النقطة على محيط الدائرة أو خارجها بعدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها.						%0	0		%0	–
35.1	استكشاف العلاقة بين المماسين المرسومين لدائرة من نقطة خارجها والزوايا الناتجة عن ذلك.						%0	0		%0	–
36.1	إثبات أن المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متساويان.						%0	0		%0	–
37.1	استكشاف العلاقة بين قياس الزاوية المماسية والزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس.	9		100	1		2.4 %	9		3 %	1

38.1	استكشاف العلاقة بين قياس الزاوية المماسية والزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس.	10		101	1	2.4 %	10		101	1	3 %	1
39.1	إثبات نظرية أن الزاوية المماسية تساوي الزاوية المحيطية المرسومة على الوتر في الجهة الأخرى.				0	%0				0	%0	–
	المجموع	19 نشاط	23 سؤال	–	42 تكرار / فقرة	–	17 نشاط	16 سؤال	–	33 تكرار / فقرة	–	(32) فقرة متفق عليها

المعيار الرئيس الثاني:

تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام هندسة الإحداثيات.

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	تحليل الباحثة					تحليل الزميلة المحللة					النقاط المتفق عليها بين الباحثتين
		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	
		النشاط	السؤال				النشاط	السؤال				
1.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتمثيل الدائرة.				0	%0				0	%0	–

2.2	استخدام الإحداثيات الديكارتية لتحديد خصائص الدائرة مثل: المركز ونصف القطر والنقاط التي تقع على المحيط.						%0	0			0	%0	–
3.2	التعرف إلى معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل.	2		93	1	5.3 %	2				1	5.6 %	1
4.2	إيجاد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل.		1.أ	96	1	5.3 %	1				1	5.6 %	0
5.2	التعرف إلى معادلة الدائرة التي مركزها نقطة مثل (د،هـ).	3		93	1	5.3 %	3				1	5.6 %	1
6.2	إيجاد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة مثل (د،هـ).		1.ب	96	2	10.5 %	2			94	2	11.1 %	1
			2.أ	107				2. أ		107			
7.2	التعرف إلى معادلة الدائرة في الصورة القياسية.	4		94	1	5.3 %	4				1	5.6 %	1
8.2	إيجاد معادلة الدائرة بالصورة القياسية.	5		95	2	10.5 %	5			95	2	11.1 %	2
			1.ج	96				1. ج		96			
9.2	تحديد فيما إذا كانت العلاقة المعطاة تمثل معادلة دائرة أم لا.		3.أ	96	5	26.3 %	5			96	5	27.8 %	5
			3.ب	96				3.ب		96			
			3.ج	96				3.ج		96			
			3.د	96				3.د		96			
			3.هـ	96				3.هـ		96			

10.2	حل المسائل التي تنطوي على معادلة الدائرة لإيجاد المركز ونصف القطر.		2.أ	96	5	26.3 %		2.أ	96	4	22.2 %	4
			2.ب	96				2.ب	96			
			2.ج	96				2.ج	96			
			2.د	96				2.د	96			
			1.1	107								
11.2	توظيف الهندسة الإحداثية في حل مسائل خاصة بالدائرة في السياق الواقعي.		5	96	1	5.3 %		5	96	1	5.6 %	1
المجموع		4 أنشطة	15 سؤال	–	19 تكرار / فقرة	–	6 أنشطة	12 سؤال	–	18 تكرار / فقرة	–	(16) فقرة متفق عليها

المعيار الرئيس الثالث:

تطبيق التحويلات الهندسية واستخدام التمثيلات في تحليل المواقف الرياضية.

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	تحليل الباحثة					تحليل الزميلة المحللة					النقاط المتفق عليها بين الباحثتين
		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	
		النشاط	السؤال				النشاط	السؤال				
1.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانسحاب.				0	%0				0	%0	–
2.3	رسم الدائرة تحت تأثير الانعكاس.				0	%0				0	%0	–

3.3	رسم الدائرة تحت تأثير الدوران.					0	%0				0	%0	–
4.3	رسم الدائرة تحت تأثير التصغير.					0	%0				0	%0	–
5.3	رسم الدائرة تحت تأثير التكبير.					0	%0				0	%0	–
6.3	رسم الدائرة تحت تأثير اثنين أو أكثر من التحويلات الهندسية.					0	%0				0	%0	–
المجموع		0 نشاط	0 سؤال	–		0 تكرار / فقرة	–	0 نشاط	0 سؤال	–	0 تكرار / فقرة	–	–

المعيار الرئيس الرابع:

استخدام التصور الذهني والاستدلال المكاني والنمذجة الهندسية لحل المشكلات.

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	تحليل الباحثة					تحليل الزميلة المحللة					النقاط المتفق عليها بين الباحثتين
		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	
		النشاط	السؤال				النشاط	السؤال				
1.4	رسم الشكل الرباعي الدائري.				0	%0				0	%0	–
2.4	رسم دائرة تمس أضلاع مثلث من الداخل.				0	%0				0	%0	–

3.4	رسم دائرة تمر برؤوس المثلث.					0	%0				0	%0	–
4.4	رسم مثلث متساوي الساقين داخل دائرة.					0	%0				0	%0	–
5.4	رسم زاوية مركزية أو زاوية محيطية في الدائرة.					0	%0				0	%0	–
6.4	رسم زاوية محيطية على قطر في الدائرة.					0	%0				0	%0	–
7.4	استخدام الدائرة في مجالات الرياضيات الأخرى.		4	96		2	%100		4	96	1	%100	1
			2.ب	107									
المجموع		0 نشاط	2 سؤال	–	0 نشاط	2 تكرار / فقرة	–	1 سؤال	96	–	1 تكرار / فقرة	–	فقرة واحدة متفق عليها
المجموع الكلي		23 نشاط	40 سؤال	–	23 نشاط	63 فقرة/ تكرار	–	26 سؤال	–	–	52 فقرة/ تكرار	–	**المجموع الكلي للفقرات المتفق عليها = (49) فقرة**

الملحق رقم (6): تحليل الباحثة والزميلة المحللة لوحدة الدائرة في كتاب الصف التاسع الأساسي في ضوء معايير (NCTM) لعملية حل المشكلات

المعيار الرئيس الأول: بناء معرفة رياضية جديدة من خلال حل المشكلة.												
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	تحليل الباحثة					تحليل الزميلة المحللة					الفقرات المتفق عليها بين الباحثتان
		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	
		النشاط	السؤال				النشاط	السؤال				
1.1	بناء معرفة حقائقية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.				0	0 %				0	0 %	–
2.1	بناء معرفة مفاهيمية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.	1		92	4	57.1 %	1		92	3	50 %	3
		1		97			1		97			
		1		103			1		103			
			4	106								
3.1	بناء معرفة إجرائية جديدة تتعلق بالدائرة من خلال حل المشكلة.	5		95	3	42.9 %	5		95	3	50 %	3
			5	96				5	96			
		4		98			4		98			

4.1	بناء معرفة فوق ذهنية جديدة من خلال حل المشكلة.				0	0 %				0	0 %	–
	المجموع	5 أنشطة	سؤالان اثنان	–	7 تكرار	–	5 أنشطة	سؤال واحد	–	6 تكرارات	–	(6) فقرات متفق عليها

المعيار الرئيس الثاني:

حل المشكلات التي تنشأ في الرياضيات وفي سياقات أخرى.

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	تحليل الباحثة					تحليل الزميلة المحللة					الفقرات المتفق عليها بين الباحثتان
		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	
		النشاط	السؤال				النشاط	السؤال				
1.2	حل مشكلات متعلقة بموضوعات رياضية أخرى.				0	0 %				0	0 %	–
2.2	توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل مشكلات في حقول معرفية أخرى.				0	0 %				0	0 %	–

3.2	توظيف المعارف والمهارات الرياضية المتعلقة بهندسة الدائرة في حل مشكلات من الحياة اليومية.	5		95			5		95		5	4
		4		98			4		98		100 %	
		6		99		100 %		5	102	5		
			5	102			5		104			
		5		104					104	4		
المجموع		4 أنشطة	سؤال واحد	–	5 تكرار/ فقرة	–	3 أنشطة	سؤالان اثنان	–	5 تكرار/ فقرة	–	(4) فقرات متفق عليها

المعيار الرئيس الثالث:

تطبيق وتكييف مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات.

رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	تحليل الباحثة					تحليل الزميلة المحللة					الفقرات المتفق عليها بين الباحثتان
		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	
		النشاط	السؤال				النشاط	السؤال				
1.3	تتطلب المشكلة التعاون بين الطلبة والعمل مع الجماعة.				0	0 %				0	0 %	–
2.3	تتطلب المشكلة اقتراح طرق أو استراتيجيات أخرى للحل.				0	0 %				0	0 %	–

3.3	يمكن تجزئة المشكلة إلى مشكلات فرعية.	4		98	1	7.1 %	4		98	1	10 %	1
4.3	تتضمن المشكلة أكثر من مطلوب واحد.	1		92	5	35.7 %		4	92	1	10 %	1
		1		97								
		4		98								
		5		104								
			4	106								
5.3	تحتوي المشكلة على رسومات توضيحية أو جداول.	1		92	8	57.1 %	1		92	8	80 %	8
		5		95			5		95			
		1		97			1		97			
		4		98			4		98			
			5	102				5	102			
		1		103			1		103			
		5		104			5		104			
			4	106				4	106			
المجموع		11 نشاط	3 أسئلة	–	14 تكرار / فقرة	–	7 أنشطة	3 أسئلة	–	10 تكرار / فقرة	–	(10) فقرات متفق عليها

المعيار الرئيس الرابع: ملاحظة عملية حل المشكلات الرياضية والتفكير فيها.											
رقم المؤشر	المؤشرات الخاصة بالدائرة	تحليل الباحثة					تحليل الزميلة المحللة					الفقرات المتفق عليها بين الباحثتان
		الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	الفقرة		الصفحة	التكرار	النسبة المئوية	
		النشاط	السؤال				النشاط	السؤال				
1.4	تتطلب المشكلة التأمل في معقولية الجواب.				0	0 %				0	0 %	–
2.4	تتطلب المشكلة التأكد من صحة الحل.				0	0 %				0	0 %	–
3.4	تتطلب المشكلة توضيح الحل بالرسم أو تنظيم النتائج في جدول.				0	0 %		4	108	1	50 %	0

4.4	تتطلب المشكلة من الطالب تحديد المعطيات أو المعلومات الزائدة في المشكلة.					0 %	0				0
المجموع		0 نشاط	0 سؤال	–	0 تكرار/ فقرة	–	0 نشاط	2 سؤال	–	2 تكرار/ فقرة	–	–
المجموع الكلي		20 نشاط	6 أسئلة	–	26 فقرة/ تكرار	–	15 نشاط	8 أسئلة	–	23 فقرة/ تكرار	–	**مجموع الفقرات المتفق عليها = (20) فقرة**